Übungsblatt Nr. 3: in der Übungsstunde

1) Definieren Sie das Tupel `X = ( "WS", 2021, '/', 2022., 3, -4e0, (1+1/100000)**100000, (1+1//100000)**100000, 2**128, "Hallo" )`.
Konstruieren Sie daraus die Liste `G2` aller Quadrate der ganzen Zahlen in `X` sowie das Tupel `Fsqrt` aller Wurzeln von `float` in `X`:
   a) mittels einer Schleife. Warum kann man so kein Tupel erzeugen?
   b) mittels Comprehension.

2) a) Konstruieren Sie die Liste der Quadratzahlen $[1^2, 2^2, \ldots, 2021^2]$.
   b) Konstruieren Sie das Tupel der Zweierpotenzen $(1, 2, 4, 8, \ldots, 2^{128})$
   c) Berechnen Sie die Summe der beiden Container, einmal direkt und einmal mit Comprehension.

Übungsblatt Nr. 3 Hausübung: Die folgenden Aufgaben sind Pflicht und zählen 1 Punkt!

1) Lösen Sie die Hausübungsaufgabe 1 der letzten Übungsstunde mittels `list`-Comprehension.

2) Definieren Sie wieder die Liste
`x = [ 1, 2, "drei", '4', [5], (6,7), "Ein Text" ]`
Erzeugen Sie die 2 Listen `Not_Strings` (alle Elemente von `X`, die keine Strings sind) und `Uppercase_Strings` (alle Elemente von `X` vom Stringtyp in Großbuchstaben). Die Stringmethode `upper()` wandelt einen String in Großbuchstaben um. Verwenden Sie zur Konstruktion der 2 Listen
   a) eine Schleife
   b) die `list`-Comprehension.

3) Schreiben Sie die Funktion `sum35(n)`, die alle Vielfachen von 3 oder 5, die kleiner oder gleich `n` sind, berechnet:

$$\text{sum35(n)} = \sum_{i=1,\ i\%3==0 \text{ oder } i\%5==0}^{n} i$$

und geben Sie die Werte `sum35(10)` zur Kontrolle (muss 33 sein) und `sum35(1000)` als `Lösung` aus.

4) a) Erzeugen Sie das Tupel mit den ersten 1000 Folgenglieder der Folge $[\frac{n^2}{n+1} - \frac{n^2-1}{n+2}]$. Gegen welchen Wert wird die Folge konvergieren?

b) Berechnen Sie analog zur `list`-comprehension folgende 2 Summen:

$$\sum_{n=1}^{1000000} \frac{1}{n^2}, \qquad \sum_{n=1,\ n \text{ ungerade}}^{1000000} \frac{1}{n^2}$$

Die erste Summe sollte gegen $\frac{\pi^2}{6}$ konvergieren, wenn man bis Unendlich summiert. Kann jemand daraus die exakte Summe der unendlichen 2. Reihe mittels Mathematik berechnen?

c) Berechnen Sie die folgenden 2 Summen

$$\sum_{n=0,\ n \text{ gerade}}^{100} \frac{(-1)^{n/2}}{n!}, \qquad \sum_{n=1,\ n \text{ ungerade}}^{100} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n!}$$

Um diese Summen zu programmieren, sollten sie 2 Funktionen `minus1power(n)` ($(-1)^n$) und `factorial(n)` ($n!$) schreiben. Erstere gibt -1 bei ungeradem `n` und +1 bei geradem `n` zurück (also bitte nicht als Potenz definieren!). Die Fakultätsfunktion können Sie z.B. auch auf folgende 2 Arten programmieren: Mittels einer Schleife ($n! = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot n$) oder rekursiv ($n! = n \cdot (n-1)!$ und $0! = 1! = 1$ als Start der Rekursion) Wer weiß den exakten Wert der unendlichen Reihen?

Extra-Aufgabe(n): Diese Aufgaben sind freiwillig und zählen 2 Punkte!

5) Geben Sie alle Armstrong-Zahlen mit nicht mehr als 6 Stellen aus. Eine natürliche Zahl heißt Armstrongzahl, wenn sie `n` Dezimalziffern hat und gleich der Summe der `n`. Potenzen ihrer Dezimalziffern ist. So ist 1634 eine Armstrong-Zahl, weil sie 4 Ziffern hat und $1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4$ gilt.

6) Programmieren Sie eine Funktion `prime(n)`, die die n. Primzahl berechnet und zurückgibt, wenn diese aufsteigend angeordnet sind. Testfall: `prime(6) = 13`. Was sind die 1001. und 10001. Primzahlen?