

Darstellung und Analyse der Ergebnisse einer Umfrage zu elementaren mathematischen Themen. Welche Erkenntnisse können daraus für unseren eigenen Schulunterricht folgen?

Depiction and analysis of the results drawn from a survey on elementary mathematical subjects. Which findings might follow for our own school teaching?

Jakob Hafele · Mechthild Thalhammer

1. Oktober 2021

Zusammenfassung In dieser Arbeit werden die Ergebnisse einer freiwilligen und anonymen Umfrage in Form eines Online-Multiple-Choice-Quiz wiedergegeben und analysiert. Um relevante Alltagsbezüge offenkundig zu machen, wurden elementare Aufgabenstellungen aus den Bereichen Finanz- und Wirtschaftsmathematik, denen man zumindest in ähnlicher Form in verschiedenen Lebenslagen begegnet, gewählt. Die Autorin und der Autor laden Lehrerinnen und Lehrer an Schulen und anderen Bildungsinstitutionen dazu ein, die Fragen unter verschiedenen Gesichtspunkten für den eigenen Unterricht zu übernehmen oder in adaptierter Form einzusetzen. Aus der Sicht einer Lehrperson ist es grundsätzlich erstrebenswert, Schülerinnen und Schülern mathematische Begrifflichkeiten und Methoden sowie eine geeignete Herangehensweise bei der Lösung von Problemstellungen so zu vermitteln, dass die erworbenen Fähigkeiten auch außerhalb des Schulunterrichtes und noch in späteren Jahren adäquat und erfolgreich eingesetzt werden können. Die erstellte Umfrage kann beispielsweise zur Überprüfung von elementaren Kenntnissen und einem grundlegenden Verständnis verwendet werden. Wie die Analyse der erhobenen Daten gezeigt hat, wird das Leistungsvermögen durch zeitlichen Druck wesentlich beeinflusst. Deshalb stellt sich naturgemäß die Frage, ob es gelungen ist, Schülerinnen und Schüler so auszubilden, dass sie vorgegebene Antworten intuitiv entweder als zutreffend auswählen oder als unzutreffend ausschließen können. Andererseits ist es gleichermaßen wünschenswert, dass bei nochmaliger Reflexion ohne Zeitdruck und der Möglichkeit zur detaillierten Recherche Irrtümer erkannt und korrigiert werden.

Abstract This work is concerned with the depiction and analysis of the results that were drawn from a voluntary and anonymous survey based on an online multiple-choice quiz. In order to establish a relationship to daily life, elementary problems from financial mathematics and mathematical economics were provided. Readers from institutions of learning are invited to apply these questions for their own teaching or, respectively, to appropriately adapt them. From the standpoint of a teacher, it is desirable to impart mathematical concepts and methods in such an extent that the acquired knowledge is of avail beyond regular classes and still after graduation. In this regard, the created survey could be used to monitor the fundamental mathematical understanding of scholars. A detailed analysis of the collected data has shown that time pressure had a significant impact on the capability of test persons. Natural questions that arise in this context are whether both, the skill to intuitively select correct answers as well as the ability to deduce solutions by careful considerations without time pressure, have been developed.

Schlüsselwörter Anonyme Umfrage · Leistungsvermögen unter Zeitdruck · Relevante Alltagsbezüge mathematischer Inhalte · Finanz- und Wirtschaftsmathematik.

1 Einleitung

Diese Arbeit stellt die Ergebnisse einer Umfrage vor, welche im Rahmen einer Abschlussarbeit des Diplomstudiums Mathematik (Lehramt) zum Thema *Finanz- und Wirtschaftsmathematik im Schulunterricht* durchgeführt wurde. Die anfängliche Zielsetzung war es, insbesondere folgende Fragestellungen zu untersuchen:

- Können die an der Umfrage teilnehmenden Personen elementare alltagsbezogene Beispiele aus den Bereichen Finanz- und Wirtschaftsmathematik zum überwiegenden Teil richtig lösen?
- Inwieweit wird die vollständige Durchführung der Umfrage und die korrekte Lösung von Beispielen durch den Faktor *Zeitdruck* beeinflusst?

In den folgenden Abschnitten werden die Konzeption der Umfrage, Aufgabenstellungen sowie mögliche Lösungswege, die detaillierte Auswertung der Daten unter verschiedenen Gesichtspunkten und ein abschließendes Fazit angegeben. Zusätzliche Informationen zu den verwendeten mathematischen Begriffen und Methoden finden sich in zahlreichen Schulbüchern, unter anderem für Handelsakademien, sowie in weiterführenden Standardwerken. Als eine kleine Auswahl sei auf die Literaturquellen [1–5, 7, 8] sowie [6] verwiesen.

2 Konzeption

Bei der Konzeption der Umfrage für Teilnehmerinnen und Teilnehmern aus verschiedenen Altersstufen kristallisierten sich verschiedene Überlegungen und Aspekte heraus. Die aktuelle Umfrage sollte sich von der Vielzahl gängiger Umfragen abheben, ein ansprechendes Format haben und leicht zugänglich sein. Sie sollte inhaltlich breiter gefächerte und rasch zu erfassende Fragestellungen mit relevantem Alltagsbezug umfassen, deren Beantwortung keine sonstigen Hilfsmittel wie etwa eine Formelsammlung oder einen Taschenrechner erfordert. Als Format wurde deshalb ein Online-Quiz gewählt, und es wurden neun Fragen zu finanz- und wirtschaftsmathematischen Themen, speziell zu den wesentlichen Begriffen

Preisreduktion, Rabatt, Skonto, Nettopreis, Bruttopreis, Mehrwertsteuer, Zins, Zinseszins, Kredit, Ratenzahlung, Grundgebühr, Produktionskosten, Verkaufserlös, Verkaufsgewinn,

erstellt. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer konnten aus mehreren vorgegebenen Antwortmöglichkeiten die korrekte Antwort auswählen. Ob Lösungen begründet oder zufällig erfolgten, wurde nicht festgehalten. Die Fragen sollten einen angemessenen Schwierigkeitsgrad haben, weder zu knifflig noch zu offensichtlich sein, um einerseits eine beträchtliche Durchführungsquote und andererseits eine Differenzierung der Ergebnisse zu erreichen. Da sich im Vorhinein nur mutmaßen lässt, ob selbst entworfene und dabei als *schwierig* oder *leicht* eingestufte Fragen auch tatsächlich für andere Personen *schwierig* oder *leicht* zu beantworten sind, stellte sich die Auswahl von für Personen aus unterschiedlichen Altersgruppen und mit unterschiedlichen Bildungswegen geeigneten Fragen als eine anspruchsvolle Aufgabe heraus. Im alltäglichen Leben kommt es zwangsläufig zu Situationen, wo Entscheidungen rasch zu treffen sind, etwa beim Erwerben einer Ware, die als besonders preiswert ausgeschildert ist, oder beim Abschluss eines Vertrages, der Kundinnen und Kunden als besonders vorteilhaft angepriesen wird. Obgleich man spontane Fehlentscheidungen später in Ruhe überdenken kann und gesetzlich durch das Rücktrittsrecht abgesichert ist, kommt es einem zugute, wenn man unter Zeitdruck richtig handelt und etwaige Fallen erkennt. Aus diesem Grund wurde zuerst erhoben, wie die Teilnehmerinnen und Teilnehmer zunächst mit einer deutlichen Zeitlimitierung, also ohne die Möglichkeit für detaillierte Überlegungen oder Recherchen, die Umfrage bewältigten. Zusätzlich gab es die Gelegenheit, sich für eine nochmalige Durchführung des Quiz ohne Zeitdruck zu entscheiden. Zur Implementierung des Quiz war das Schweizer Unternehmen *onlineumfragen.com*¹ im Vergleich zu anderen Anbietern eine adäquate und kostengünstige Wahl. Es wies sowohl die Option eines Timers pro Frage als auch nützliche Features zur Auswertung der Ergebnisse auf.

¹ Siehe <https://www.onlineumfragen.com/>.

3 Fragestellungen

Im Folgenden sind die neun Quizfragen wiedergegeben, die korrekten Antwortmöglichkeiten hervorgehoben, mögliche Lösungswege skizziert und ergänzende Bemerkungen angegeben. Das Zeitlimit bezieht sich auf den ersten Durchlauf, wo bewusst kurze Zeitspannen zwischen 30 Sekunden und 60 Sekunden vorgegeben wurden, um die intuitive Wissensbasis zu erheben. Im Anschluss konnten sich die Teilnehmerinnen und Teilnehmer optional für einen nochmaligen Durchlauf ohne zeitlichen Druck entscheiden und hatten somit die Gelegenheit zu sorgfältigeren Überlegungen und Recherchen.

Frage 1 (Zeitlimit 30 Sekunden). Ein Kleidergeschäft verkauft eine Jacke zum Startpreis von 100 €. Das Geschäft erhöht den Preis um 10%, einen Monat später reduziert es den Preis um 10%. Welche Aussage stimmt?

- a) Die Jacke kostet wieder 100 €.
- b) **Die Jacke kostet weniger als 100 €.**
- c) Die Jacke kostet mehr als 100 €.

Möglicher Lösungsweg. Frage 1 ist eine elementare Aufgabe zur Prozentrechnung, der folgende Überlegung zugrunde liegt

$$(1 + a) \cdot (1 - a) = 1 - a^2 < 1, \quad a \in (0, 1).$$

Man berechnet zuerst den erhöhten Preis (in €)

$$\left(1 + \frac{10}{100}\right) \cdot 100 = 100 + 10 = 110,$$

davon ausgehend den Endpreis und vergleicht diesen mit dem Startpreis (in €)

$$\left(1 - \frac{10}{100}\right) \cdot 110 = 110 - 11 = 99 < 100.$$

Frage 2 (Zeitlimit 40 Sekunden). Ein Händler gibt einem Kunden einen Rabatt von 2% und anschließend ein Skonto von 3% bei Bezahlung innerhalb von 14 Tagen. Was passiert, wenn der Rabatt 3% und das Skonto dafür nur 2% beträgt?

- a) **Die beiden Preise sind gleich hoch.**
- b) Der erste Preis ist höher.
- c) Der zweite Preis ist höher.

Möglicher Lösungsweg. Frage 2 ist ebenfalls eine elementare Aufgabe zur Prozentrechnung. Die Reihenfolge von Rabatt und Skonto spielt keine Rolle, denn

$$(1 - a) \cdot (1 - b) = (1 - b) \cdot (1 - a), \quad a, b \in (0, 1).$$

Bezeichnet x den Rechnungsbetrag, so bewirken Rabatt und Skonto die Reduktion auf

$$\left(1 - \frac{2}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{3}{100}\right) \cdot x = 0.9506 \cdot x,$$

also eine Verringerung des ursprünglichen Betrages um

$$4.94\%.$$

Frage 3 (Zeitlimit 30 Sekunden). Eine Anlegerin gibt 1000 € auf ein Sparbuch. Die Bank bietet ihr zwei Möglichkeiten zur Veranlagung mit Zinseszinsen: entweder einen Jahreszinssatz zu 1% oder einen halbjährlichen Zinssatz zu 0.5%. Was ist für die Anlegerin besser?

- a) Beide Angebote sind gleich gut.
- b) Der Jahreszinssatz zu 1% ist besser.
- c) **Der halbjährliche Zinssatz zu 0.5 % ist besser.**

Möglicher Lösungsweg. Frage 3 ist eine übliche Aufgabe zur Zinseszinsrechnung, der folgende Überlegung zugrunde liegt

$$\left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 = 1 + a + \frac{a^2}{4} > 1 + a, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Der Jahreszinssatz zu 1% führt auf den Betrag (in €)

$$\left(1 + \frac{1}{100}\right) \cdot 1000 = 1000 + 10 = 1010,$$

der halbjährliche Zinssatz zu 0.5% auf

$$\left(1 + \frac{0.5}{1000}\right)^2 \cdot 1000 = \left(1 + \frac{1}{100} + \frac{25}{1000^2}\right) \cdot 1000 = 1000 + 10 + 0.025 = 1010.025 > 1010.$$

Frage 4 (Zeitlimit 40 Sekunden). Die Mehrwertsteuer auf ein Produkt beträgt 20%. Das Produkt kostet im Geschäft 150 €. Wieviel davon bleibt dem Verkäufer und wieviel bekommt der Staat?

- a) Der Verkäufer bekommt 120 € und der Staat 30 €.
- b) **Der Verkäufer bekommt 125 € und der Staat 25 €.**
- c) Der Verkäufer bekommt 100 € und der Staat 50 €.

Möglicher Lösungsweg. Bei Frage 4 ist zu beachten, dass sich die Mehrwertsteuer auf den Nettopreis und nicht auf den Bruttopreis bezieht. Der Betrag, der dem Verkäufer bleibt, bezeichnet mit x , berechnet sich folgendermaßen (in €)

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{20}{100}\right) \cdot x &= 150, \\ \frac{6}{5} \cdot x &= 150, \\ x &= \frac{5}{6} \cdot 150 = 125. \end{aligned}$$

Frage 5 (Zeitlimit 40 Sekunden). Eine Kundin nimmt bei einer Bank einen Kredit von 20000 € auf. Der Zinssatz bei einer Rückzahlung innerhalb von 10 Jahren beträgt 2%. Welche jährlichen Raten reichen auf alle Fälle, um den Kredit zurückzuzahlen? Mehrfachnennungen sind möglich.

- a) 1500 €
- b) 2000 €
- c) **2500 €**
- d) **3000 €**

Möglicher Lösungsweg.² Diese Aufgabe ist ohne Rentenrechnung lösbar, indem man den Gesamtbetrag nach oben und unten abschätzt und vorgegebene Antworten ausschließt. Berechnet man den Betrag, welcher im ersten Jahr zurückzuzahlen ist und geht überschlagsmäßig vom zehnfachen Betrag aus, so erhält man den überschätzten Gesamtbetrag (in €)

$$\begin{aligned} \frac{2}{100} \cdot 20000 &= 400, \\ 10 \cdot 400 &= 4000, \\ 20000 + 4000 &= 24000. \end{aligned}$$

Für die in c) und d) angegebenen jährlichen Raten ist dieser Gesamtbetrag auf jeden Fall abgedeckt (in €)

$$\begin{aligned} 10 \cdot 2500 &= 25000 > 24000, \\ 10 \cdot 3000 &= 30000 > 24000. \end{aligned}$$

² Vgl. Kreditportal Österreich <https://kreditvergleichsportal.at>.

Im Gegensatz dazu erreicht man bei den in a) und b) angegebenen jährlichen Raten den Gesamtbetrag nicht bzw. nur bei einem Zinssatz von 0% (in €)

$$10 \cdot 1500 = 15000 < 20000,$$

$$10 \cdot 2000 = 20000.$$

Frage 6 (Zeitlimit 30 Sekunden). Ein Anleger zahlt am Beginn jedes Jahres 1000 € auf ein Sparbuch ein. Das Sparbuch wird mit 1% pro Jahr verzinst. Wieviel Geld ist nach 10 Jahren am Sparbuch?

- a) Weniger als 10000 €.
- b) Genau 10000 €.
- c) **Mehr als 10000 €.**

Möglicher Lösungsweg. Frage 6 ist eine mit elementaren Überlegungen lösbare Aufgabe zum Thema Zinsrechnung. Die jährlichen Einzahlungen führen auf den Betrag (in €)

$$10 \cdot 1000 = 10000,$$

aufgrund der zusätzlichen Verzinsung ergeben sich insgesamt mehr als 10000 €.

Frage 7 (Zeitlimit 50 Sekunden). Die Herstellung eines Produktes kostet 5 €. Zusätzlich fallen pro Tag 100 € Fixkosten an. Das Produkt wird um 7 € verkauft. Wieviel Stück des Produktes müssen täglich verkauft werden, damit die Kosten gedeckt sind?

- a) 25 Stück
- b) 30 Stück
- c) **50 Stück**
- d) 60 Stück

Möglicher Lösungsweg. Frage 7 ist eine elementare Aufgabe zum Thema Kosten, Erlös und Gewinn, wobei sowohl Kosten- als auch Erlösfunktion linear sind und ihr Schnittpunkt gesucht ist. Die anfallenden Kosten für x Stück sind (in €)

$$5 \cdot x + 100,$$

der Erlös beträgt dann (in €)

$$7 \cdot x.$$

Bei Gleichheit sind sämtliche Kosten gedeckt, und man erhält

$$5 \cdot x + 100 = 7 \cdot x,$$

$$2 \cdot x = 100,$$

$$x = 50.$$

Frage 8 (Zeitlimit 60 Sekunden). Der Handyvertrag eines Teenagers läuft aus. Es gibt die Möglichkeit zur Verlängerung des alten Vertrages (keine Grundgebühr, 20 Cent pro Minute Telefonat). Ein anderer Anbieter verlangt 15 € Grundgebühr aber nur 10 Cent pro Minute Telefonat. Wieviele Minuten muss der Teenager pro Monat mindestens telefonieren, damit der Wechsel des Anbieters nicht von Nachteil ist?

- a) 90 Minuten
- b) 100 Minuten
- c) 120 Minuten
- d) **150 Minuten**

Möglicher Lösungsweg. Frage 8 ist wie Frage 7 eine elementare Aufgabe zum Thema Kosten, Erlös und Gewinn. Beim alten Vertrag betragen die Kosten für x Minuten Telefonat (in €)

$$0.20 \cdot x,$$

beim neuen Vertrag (in €)

$$0.10 \cdot x + 15.$$

Bei Gleichheit ist der Wechsel des Anbieters nicht von Nachteil

$$0.20 \cdot x = 0.10 \cdot x + 15,$$

$$0.10 \cdot x = 15,$$

$$x = 150.$$

Frage 9 (Zeitlimit 50 Sekunden). Ein Händler verkauft ein Produkt zu einem Preis von 10 €. Um das Produkt herzustellen, fallen Kosten in der Höhe von 6 € an. Zusätzlich hat er Fixkosten von 100 €. Wieviel Stück muss er mindestens verkaufen, um kostendeckend zu arbeiten?

- a) **25 Stück**
- b) 35 Stück
- c) 45 Stück

Möglicher Lösungsweg. Frage 9 ist nochmals eine elementare Aufgabe zum Thema Kosten, Erlös und Gewinn. Der Erlös für x Stück ist (in €)

$$10 \cdot x,$$

die anfallenden Kosten betragen (in €)

$$6 \cdot x + 100.$$

Bei Gleichheit sind sämtliche Kosten gedeckt, und man erhält

$$10 \cdot x = 6 \cdot x + 100,$$

$$4 \cdot x = 100,$$

$$x = 25.$$

4 Datenanalyse

Personenkreis. An der Umfrage nahmen insgesamt 227 Personen teil, die durch persönliche Ansprache erreicht wurden. Eine Lehrperson an einer Handelsakademie³ leitete die Information an 135 Schülerinnen und Schüler im Alter zwischen 16 und 20 Jahre weiter. Außerdem wurde das Quiz in zwei Facebookgruppen der Universität Innsbruck geteilt. Da die Umfrage auf freiwilliger und anonymer Basis durchgeführt wurde, war eine signifikante Ausfallquote zu erwarten und man musste davon ausgehen, dass sich eine vergleichsweise geringe Anzahl an Personen die Zeit für einen zweiten Durchlauf nehmen würde. Jene Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die keine der Fragen beantworteten oder nach weniger als drei Fragen das Quiz abbrachen, wurden nicht in die Analyse einbezogen. Daher verblieben 160 Fragebögen mit Antworten zu mindestens drei Fragen in der Auswertung. Die Altersstruktur dieser Teilnehmerinnen und Teilnehmer ist in Abbildung 1 und Tabelle 1 dargestellt. Bei der ungleichen Altersverteilung fällt auf, dass der Hauptanteil bei Schülerinnen und Schülern zwischen 16 und 19 Jahren zu finden ist und dann nochmals eine stärkere Gewichtung im Bereich zwischen 20 und 30 Jahren auftritt. Den zweiten Durchlauf ohne zeitlichen Druck beendeten 38 Personen.

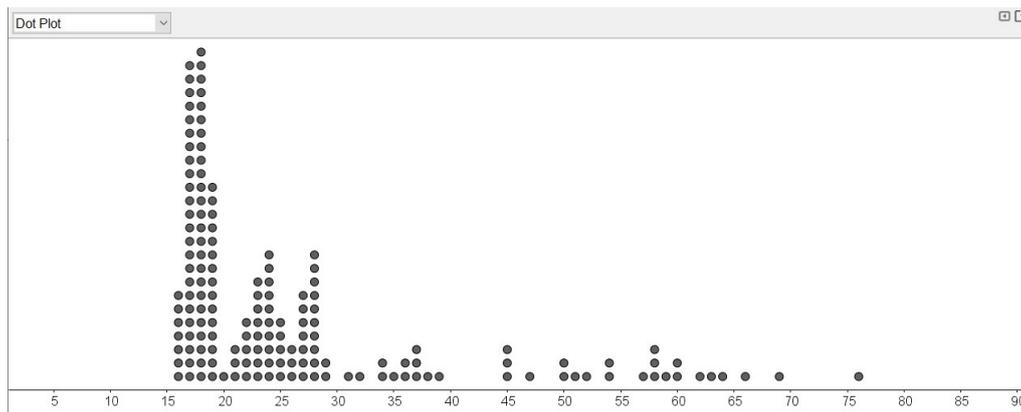


Abbildung 1 Altersstruktur der in die Auswertung einbezogenen 160 Teilnehmerinnen und Teilnehmer zwischen 16 und 76 Jahren. Auf der horizontalen Achse ist das Alter in Jahren angegeben. Jeder Punkt symbolisiert eine Person.

Arithmetisches Mittel	27 Jahre
Standardabweichung	14 Jahre
Median	23 Jahre
1. Quartil	17 Jahre
3. Quartil	28 Jahre

Tabelle 1 Kennzahlen (gerundet) zur Altersstruktur der in die Auswertung einbezogenen 160 Teilnehmerinnen und Teilnehmer. Von den insgesamt 160 Personen sind 123 Personen (rund 77%) 28 Jahre alt oder jünger.

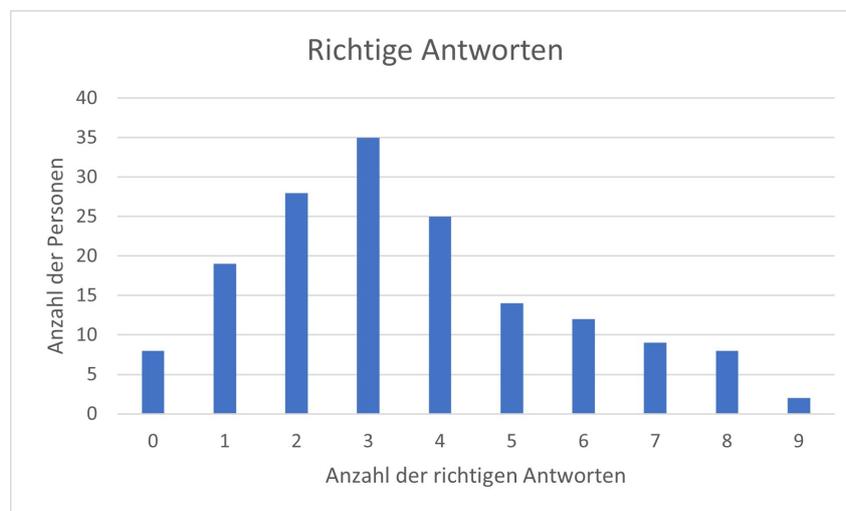


Abbildung 2 Anzahl der Personen in Abhängigkeit von der Anzahl der richtig beantworteten Fragen für die im ersten Durchlauf in die Auswertung einbezogenen 160 Teilnehmerinnen und Teilnehmer.

Arithmetisches Mittel	3 richtige Antworten
Standardabweichung	2 richtige Antworten
Median	3 richtige Antworten

Tabelle 2 Kennzahlen (gerundet) zur Anzahl der richtig beantworteten Fragen für die im ersten Durchlauf in die Auswertung einbezogenen 160 Teilnehmerinnen und Teilnehmer. Mehr als 50% der Fragen wurden von 39 Personen (24%) richtig beantwortet.

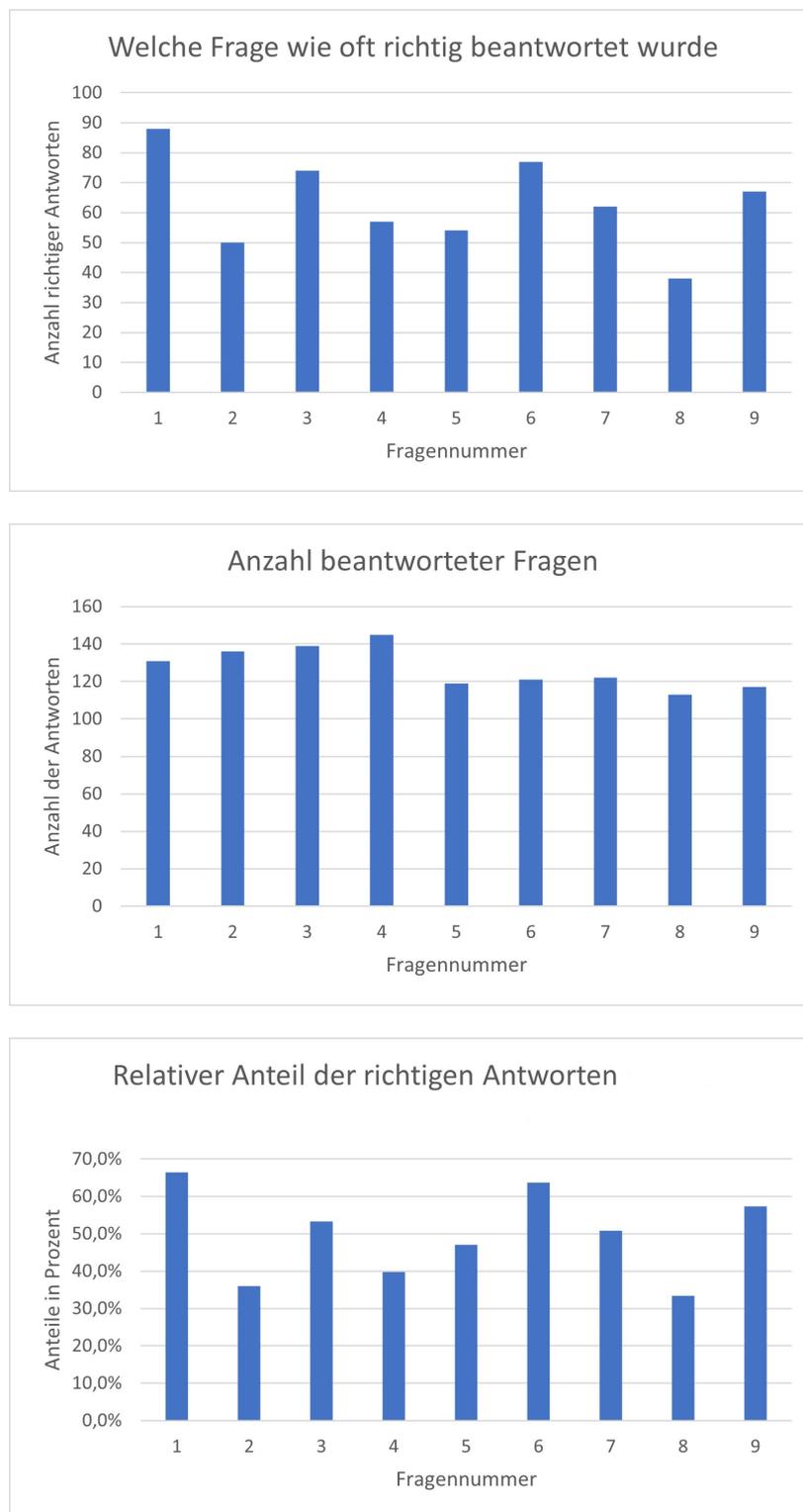


Abbildung 3 Oben: Anzahl der richtigen Antworten in Abhängigkeit von der jeweiligen Frage für die im ersten Durchlauf in die Auswertung einbezogenen 160 Teilnehmerinnen und Teilnehmer. Mitte: Entsprechende Anzahl der getätigten Antworten. Unten: Relativer Anteil der richtigen Antworten an der Gesamtzahl der getätigten Antworten.

Ergebnisse des ersten Durchlaufes. Im Folgenden werden die Ergebnisse des ersten Durchlaufes unter doch erheblichem zeitlichen Druck vorgestellt. In Abbildung 2 und Tabelle 2 ist die Anzahl der richtigen Antworten zu sehen. Die überwiegende Mehrheit der 160 Teilnehmerinnen und Teilnehmer konnte weniger als die Hälfte der Fragen richtig beantworten, acht Personen gaben keine richtige Antwort, zwei Personen beantworteten alle neun Fragen richtig. In Abbildung 3 ist die Anzahl der richtigen Antworten pro Frage dargestellt. Frage 1 zur Prozentrechnung, Frage 3 zur Zinseszinsrechnung und Frage 6 zur Zinsrechnung waren so gewählt worden, dass die Aufgabenstellungen rasch zu erfassen waren und die Lösungen in kurzer Zeit bestimmt werden konnten. Für diese somit als relativ leicht konzipierten Fragen wurden tatsächlich vergleichsweise viele richtige Antworten gegeben. Frage 1 wurde dabei am häufigsten, nämlich 87-mal, richtig beantwortet. Am geringsten war die Anzahl der richtigen Antworten bei Frage 8 zur Kostenrechnung, wo die Anzahl von 38 richtigen Antworten deutlich unter jener zu Frage 7 und Frage 9 ebenfalls zur Kostenrechnung war. Dieses Ergebnis ist insofern überraschend, als für die letzten drei Fragen dieselbe Lösungsstrategie angewendet werden konnte. Mit Ausnahme von Frage 1, wo etwas mehr als die Hälfte aller teilnehmenden Personen, nämlich 54%, die richtige Antwort wählten, lag der jeweilige Anteil der korrekten Antworten unter 50%. Bei der Auswertung der Ergebnisse ist zu beachten, dass das Format des Quiz einerseits die Möglichkeit keiner Antwort zuließ und andererseits bei Überschreitung des Zeitlimits die Frage als unbeantwortet eingestuft wurde. Die entsprechende Gesamtanzahl der getätigten richtigen oder falschen Antworten ist in Abbildung 3 aufgenommen. Anhand dieser Graphik erkennt man ein leichtes Ansteigen der getätigten Antworten von Frage 1 bis Frage 4, danach eine abrupte Abnahme und dann annähernd gleichbleibende Werte. Die meisten Antworten gab es zu Frage 4, nämlich knapp über 140, davon waren jedoch nur knapp unter 60 Antworten richtig. Frage 5 zur Ratenrechnung erforderte genaueres Nachvollziehen und kurze Rechnungen während Frage 6 zur Zinsrechnung mit sehr elementaren Überlegungen zu lösen war. Die näherungsweise gleiche Anzahl an angegebenen Antworten deutet darauf hin, dass rund 20 Personen bei Frage 5 das Quiz verlassen haben. Aus diesem Grund ist zur besseren Vergleichbarkeit der Ergebnisse in Abbildung 3 zusätzlich der relative Anteil der richtigen Antworten an der Gesamtzahl der getätigten Antworten angegeben. Aus dieser Darstellung erkennt man, dass für Frage 1 weiterhin die meisten richtigen Antworten gegeben wurden, allerdings Frage 6 mit 64% zu 66% nur geringfügig dahinter liegt. Unerwartet ist das Resultat, dass die schwieriger einzustufende Frage 9 zur Kostenrechnung vor der elementarerer Frage 3 zur Zinseszinsrechnung liegt. Die geringste Anzahl an richtigen Antworten gab es für Frage 2 zur Prozentrechnung (36%) und Frage 8 zur Kostenrechnung (33%).

Gegenüberstellung der Ergebnisse beider Durchläufe. Im Folgenden werden die Ergebnisse des ersten Durchlaufes denen des zweiten Durchlaufes gegenübergestellt. Während im ersten Durchlauf für die Beantwortung der neun Fragen jeweils ein Zeitlimit zwischen einer halben Minute und einer Minute vorgegeben war, gab es im zweiten Durchlauf keine zeitlichen Einschränkungen. Von den ursprünglich 227 Teilnehmerinnen und Teilnehmern hatten 160 Personen zumindest drei Quizfragen beantwortet, ab Frage 5 schrumpfte der Personenkreis auf rund 140 Teilnehmerinnen und Teilnehmer, einen zweiten Durchlauf mit der Beantwortung von zumindest drei Fragen beendeten nur mehr 38 Personen. In Abbildung 4 ist für diese Teilgruppe von 38 Personen die im ersten bzw. zweiten Durchlauf erreichte Gesamtpunktzahl dargestellt. Eine richtige Antwort entspricht dabei einem Punkt. Aus den Ergebnissen ist zu erkennen, dass jene Personen, die das Quiz zweimal absolviert haben, im ersten Durchlauf etwas erfolgreicher abgeschnitten haben als der Durchschnitt der gesamten Gruppe. Allerdings ist die Differenz im arithmetischen Mittel bei annähernd gleich großer Standardabweichung statistisch nicht signifikant. Im Vergleich zur Gesamtgruppe hat bei der Teilgruppe der Median der richtigen Antworten einen um 0.5 Punkte erhöhten Wert, deutlich mehr Personen, nämlich 9%, konnten mit zumindest fünf Punkten somit mehr als die Hälfte aller Fragen richtig beantworten. Insgesamt bleiben Gesamtgruppe und Teilgruppe jedoch vergleichbar,

³ In Österreich zählen Handelsakademien (HAK) zu berufsbildenden höheren Schulen (BHS). Der Schwerpunkt liegt dabei in einer kaufmännischen und betriebswirtschaftlichen Ausbildung der Schülerinnen und Schüler. Die fünfjährige Ausbildung wird mit der Matura (standardisierte schriftliche und mündliche Reifeprüfung) abgeschlossen.

im Wesentlichen wiederholten die Teilnehmerinnen und Teilnehmer in beiden Durchläufen, also mit und ohne Zeitdruck, das Ergebnis. In Abbildung 4 ist für jede Frage ein Vergleich der richtigen Antworten im ersten und zweiten Durchlauf angegeben. An diesen Daten ist ein deutlich besseres Abschneiden im zweiten Durchlauf zu erkennen. Im Gegensatz zum ersten Durchlauf ist eine Verschiebung hin zu höheren Punkteanzahlen sichtbar, und dies spiegelt auch ein Vergleich der Kennzahlen wider. Im Mittel wurden im zweiten Durchlauf ohne zeitlichen Druck annähernd zwei Punkte mehr erreicht, der Median erhöht sich um zwei Punkte, und die Anzahl der Personen, die mehr als die Hälfte der Fragen richtig beantworten konnten, verdoppelte sich sogar.

Detaillierte Analyse der Daten. Nach der allgemeinen Darstellung der Ergebnisse soll eine detaillierte Datenanalyse Aufschluss darüber geben, welche Gründe zu einer deutlichen Erhöhung der Anzahl der richtigen Antworten im zweiten Durchlauf verglichen mit dem ersten Durchlauf geführt haben. In Abbildung 5 sind die Ergebnisse aller in die Bewertung miteinbezogenen 38 Teilnehmerinnen und Teilnehmer graphisch dargestellt. Ein einzelner Datenpunkt symbolisiert das Ergebnis einer Person, die x -Koordinate gibt die Anzahl der richtigen Antworten im ersten Durchlauf unter Zeitdruck an, nämlich

x-Koordinaten: 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8,

und entsprechend die y -Koordinate die Anzahl der richtigen Antworten im Durchlauf ohne Zeitdruck, nämlich

y-Koordinaten: 4, 5, 2, 2, 3, 4, 1, 3, 4, 4, 6, 6, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 7, 7, 6, 7, 7, 8, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 9.

In der linken Spalte der Graphik ist ein Großteil der Datenpunkte

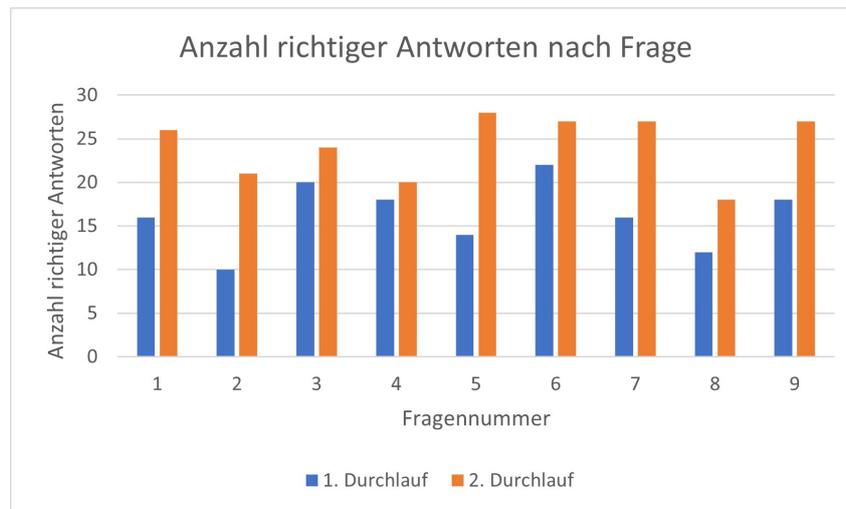
$$(x_j, y_j), \quad j \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad n = 38,$$

aufgelistet. Man beachte, dass Punkte mehrfach auftreten, etwa $C = D = (1, 2)$. Um sichtbar zu machen, welche Teilnehmerinnen und Teilnehmer im zweiten Durchlauf gleich viel, weniger oder mehr richtige Antworten gegeben haben, sind zwei Geraden ergänzt.

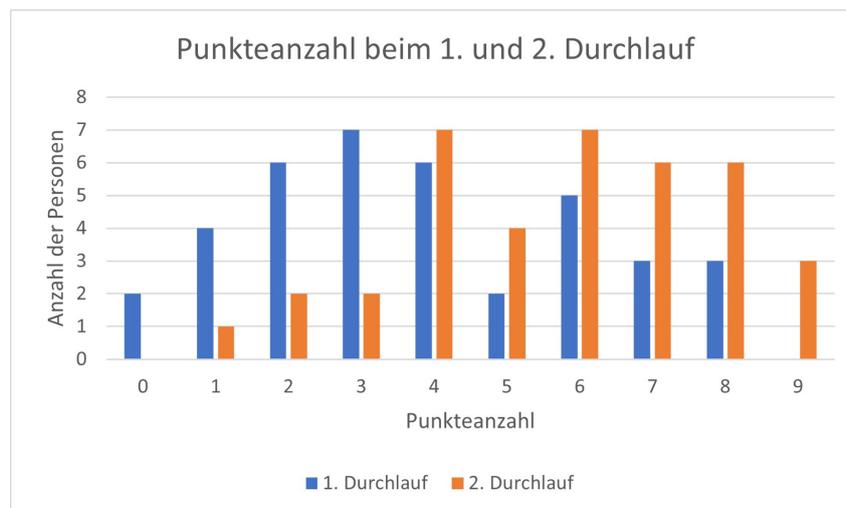
- Die erste Mediane $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x$ (rot) spiegelt Verschlechterungen und Verbesserungen wider. Wenn ein Datenpunkt auf dieser Gerade liegt, bedeutet dies, dass eine Person in beiden Durchläufen dieselbe Anzahl an richtigen Antworten erreicht hat. Dies trifft auf drei Teilnehmerinnen und Teilnehmer zu, mit vier, sechs und acht richtigen Antworten. Ein einziger Datenpunkt liegt unterhalb der ersten Mediane, diese Person gab im ersten Durchlauf zwei richtige Antworten und im zweiten Durchlauf nur mehr eine richtige Antwort. Alle anderen 34 Teilnehmerinnen und Teilnehmer konnten sich im zweiten Durchlauf verbessern. Drei Personen konnten im zweiten Durchlauf alle Fragen richtig beantworten, sie steigerten sich von sechs bzw. acht auf neun richtige Antworten. Eine Person schaffte ohne zeitlichen Druck eine Steigerung von null auf fünf richtige Antworten, fünf Personen eine Steigerung um vier Punkte.
- Die lineare Regressionsgerade $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto 0.74x + 2.89$ (grün) ist jene Gerade, für welche die Summe der Quadrate der Differenzen zwischen Datenpunkten und Funktionswerten minimiert wird

$$\sum_{j=1}^n (0.74x_j + 2.89 - y_j)^2 \longrightarrow \text{minimal}.$$

Diese Gerade spiegelt den Zusammenhang zwischen den Ergebnissen des ersten und zweiten Durchlaufes wider. Empirische Mittelwerte und Standardabweichungen der x -Koordinate und



Kennzahl	Gesamtgruppe	Teilgruppe
Anzahl der Personen	160	38
Arithmetisches Mittel	3.4	3.8
Standardabweichung	2.2	2.3
Median	3	3.5
Zumindest fünf richtige Antworten gegeben	25%	34%



Kennzahl	Erster Durchlauf	Zweiter Durchlauf
Anzahl der Personen	38	38
Arithmetisches Mittel	3.8	5.7
Standardabweichung	2.3	2.1
Median	3.5	5.5
Zumindest fünf Punkte erreicht	13	26

Abbildung 4 Gegenüberstellung der Ergebnisse beider Durchläufe. Oben: Anzahl der richtigen Antworten in Abhängigkeit von der jeweiligen Frage für die sowohl im ersten als auch im zweiten Durchlauf in die Auswertung einbezogenen 38 Personen. Entsprechende Kennzahlen (auf eine Nachkommastelle gerundet) einerseits für die Gesamtgruppe der 160 Teilnehmerinnen und Teilnehmer und andererseits für jene Teilgruppe von 38 Personen, die sowohl im ersten als auch im zweiten Durchlauf in die Auswertung einbezogen wurden. Unten: Ergebnisse für die Teilgruppe. Anzahl der Personen in Abhängigkeit von der erreichten Punkteanzahl und entsprechende Kennzahlen.

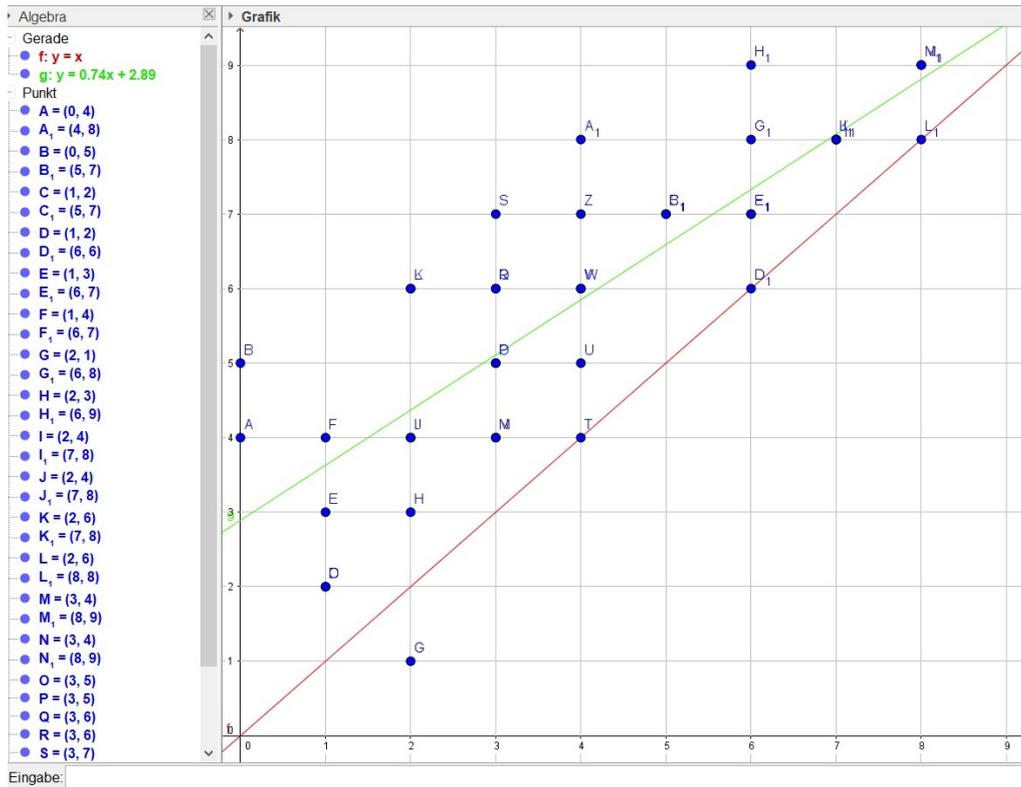


Abbildung 5 Darstellung der Ergebnisse der in die Gesamtbewertung miteinbezogenen 38 Personen. Die erste Koordinate eines Datenpunktes gibt die Anzahl der richtigen Antworten im ersten Durchlauf unter Zeitdruck an, die zweite Koordinate die entsprechende Anzahl im zweiten Durchlauf ohne Zeitdruck. Zusätzliche Angabe des ersten Medians (rot) und der linearen Regressionsgerade (grün).

der y -Koordinate sind durch

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \approx 3.842, \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2} \approx 2.296,$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j \approx 5.737, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2} \approx 2.088,$$

gegeben, vgl. Abbildung 4. Der zugehörige Korrelationskoeffizient berechnet sich aus den Standardabweichungen und der Kovarianz

$$\frac{1}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y}) \approx 0.814 \in [-1, 1].$$

Aus dem positiven Vorzeichen erkennt man, dass die Regressionsgerade ansteigt, eine fallende Gerade wäre durch ein negatives Vorzeichen charakterisiert. Wäre der Absolutbetrag des Korrelationskoeffizienten gleich Eins, würden alle Datenpunkte auf einer Geraden liegen. Der hier berechnete Wert nahe bei Eins lässt darauf schließen, dass die lineare Regressionsgerade das Verhalten der Daten relativ gut wiedergibt. Im Vergleich zum ersten Durchlauf haben sich alle 38 Teilnehmerinnen und Teilnehmer im zweiten Durchlauf in ähnlicher Art und Weise deutlich gesteigert, gemessen am arithmetischen Mittel oder dem Median um rund zwei Punkte.

	Durchlauf 1	Durchlauf 2	Unterschied	Relativer Unterschied
Frage 1	16	26	+ 10	+ 63%
Frage 2	10	21	+ 11	+ 110%
Frage 3	20	24	+ 4	+ 20%
Frage 4	18	20	+ 2	+ 11%
Frage 5	14	28	+ 14	+ 100%
Frage 6	22	27	+ 5	+ 22%
Frage 7	16	27	+ 11	+ 69%
Frage 8	12	18	+ 6	+ 50%
Frage 9	18	27	+ 9	+ 50%

	Durchlauf 1	Durchlauf 2	Unterschied	Relativer Unterschied
Maximalwert	Frage 6 (22)	Frage 5 (28)	Frage 5	Frage 2
	Frage 3 (20)	Fragen 6,7,9 (27)	Fragen 2,7	Frage 5
	Fragen 4,9 (18)	(Fragen 6,7,9)	(Fragen 2,7)	Frage 7
	(Fragen 4,9)	(Fragen 6,7,9)	Frage 1	Frage 1
	Fragen 1,7 (16)	Frage 1 (26)	Frage 9	Fragen 8,9
	(Fragen 1,7)	Frage 3 (24)	Frage 8	(Fragen 8,9)
	Frage 5 (14)	Frage 2 (21)	Frage 6	Frage 6
	Frage 8 (12)	Frage 4 (20)	Frage 3	Frage 3
Minimalwert	Frage 2 (10)	Frage 8 (18)	Frage 4	Frage 4

Tabelle 3 Auflistung der erreichten Anzahl an richtigen Antworten für die in beiden Durchläufen gewerteten 38 Teilnehmerinnen und Teilnehmer. Darstellung der Ergebnisse und Unterschiede für die natürliche Anordnung von Frage 1 bis Frage 9 (oben) und einer Reihung bezüglich Maximalwert bis Minimalwert (unten).

Detaillierte Analyse der Fragen. Die Beobachtung, dass von insgesamt 38 Teilnehmerinnen und Teilnehmern 37 Personen dasselbe oder ein um durchschnittlich zwei Punkte besseres Ergebnis erreichen konnten, deutet darauf hin, dass gewisse Fragen im ersten Durchlauf unter Zeitdruck nicht richtig beantwortet wurden und dann im zweiten Durchlauf ohne Zeitdruck aufgrund von genaueren Überlegungen und Recherchen korrekt gelöst werden konnten. Um für die jeweilige Frage die Unterschiede in beiden Durchläufe besser nachvollziehen zu können, ist in Tabelle 3 die erreichte Anzahl der richtigen Antworten aufgelistet, vgl. Abbildung 4. Für alle Fragen ist eine Erhöhung der Anzahl der richtigen Antworten ersichtlich, allerdings variieren die Unterschiede stark, nämlich von 2 Punkten bis 11 Punkten. Der relative Unterschied, also das Verhältnis der erreichten Punktezahlen, zeigt ein etwas anderes Verhalten. Da sich aus dieser Datenaufstellung keine allgemeine Aussage treffen lässt, werden die Quizfragen abschließend nochmals einzeln betrachtet.

- Frage 1 Die erste Frage zur Prozentrechnung (Preissteigerung und Preisreduktion) konnten unter zeitlichem Druck 16 Personen und ohne zeitlichen Druck 26 Personen richtig beantworten. Bei allen nennenswerten Parametern liegt diese Frage im durchschnittlichen Bereich. Der Faktor Zeitdruck hat die Richtigkeit der Ergebnisse zwar beeinflusst, er hatte aber keinen übermäßigen Einfluss.
- Frage 2 Bei der zweiten Frage zur Prozentrechnung (Rabatt und Skonto) fällt auf, dass beim relativen Unterschied der Maximalwert erreicht wird. Im Vergleich zum ersten Durchlauf konnten im zweiten Durchlauf mehr als doppelt so viele Personen die korrekte Antwort geben. Nochmaliges Überlegen oder eine Recherche ohne zeitlichen Druck dürfte den Teilnehmerinnen und Teilnehmern also für eine korrekte Beantwortung der Frage weitergeholfen haben.
- Frage 3 Bei der Frage zur Zinseszinsrechnung konnten sich die Teilnehmerinnen und Teilnehmer kaum verbessern. Hier liegt die Vermutung nahe, dass zur korrekten Beantwortung ein gewisses mathematisches Grundverständnis erforderlich war und der zeitliche Druck eine untergeordnete Rolle spielte.
- Frage 4 Unerwartet war die Beobachtung, dass die leichter zu erfassende Frage zur Mehrwertsteuer sowohl in absoluten als auch in relativen Zahlen die geringste Verbesserung erzielte. Hier hätte man vermutet, dass ohne zeitlichen Druck eine elementare Überlegung oder Recherche mehr Teilnehmerinnen und Teilnehmer auf die richtige Antwort führen würde.

- Frage 5 Ebenfalls unvorhergesehen war, dass sich bei der als schwieriger einzustufenden Frage zur Ratenrechnung (Kredit) nach absoluten Zahlen die meisten Teilnehmerinnen und Teilnehmer verbessern konnten, im ersten Durchlauf gaben 14 Personen die richtige Antwort, im zweiten Durchlauf doppelt so viele, nämlich 28 Personen.
- Frage 6 Die Frage zur Zinsenrechnung konnte unter zeitlichem Druck am häufigsten richtig beantwortet werden, nämlich 22-mal. Im zweiten Durchlauf war allerdings keine wesentliche Steigerung mehr festzustellen. Ähnlich wie bei Frage 3 dürfte hier ein gewisses Grundverständnis gegenüber dem Faktor Zeitdruck entscheidend gewesen sein.
- Frage 7 Bei der Frage zur Kostenrechnung (Produktionskosten) konnten 16 Teilnehmerinnen und Teilnehmer im ersten Durchlauf die richtige Antwort geben. Deutlich mehr, nämlich 27 Personen, waren es dann im zweiten Durchlauf. Dies war insofern zu erwarten, weil zur Auswahl der korrekten Antwort eine kurze Rechnung erforderlich war.
- Frage 8 Wie bereits zuvor erwähnt, konnte Frage 8 zur Kostenrechnung (Handyvertrag) mit derselben Vorgehensweise wie Frage 7 gelöst werden. Möglicherweise wurde die konkrete und alltagsbezogene Fragestellung von Teilnehmerinnen und Teilnehmern als schwieriger eingestuft.
- Frage 9 Die letzte Frage zur Kostenrechnung (Produktionskosten) war Frage 9 sehr ähnlich und erzielte erwartungsgemäß ein ähnliches Ergebnis, nämlich im ersten Durchlauf 18 richtige Antworten und im zweiten Durchlauf wiederum 27 richtige Antworten.

5 Fazit

In dieser Arbeit wurden die Ergebnisse einer freiwilligen und anonymen Umfrage in Form eines Online-Multiple-Choice-Quiz dargestellt und hinsichtlich verschiedener Gesichtspunkte untersucht. Um relevante Alltagsbezüge offenkundig zu machen, wurden elementare Aufgabenstellungen aus den Bereichen Finanz- und Wirtschaftsmathematik gewählt. Welche Schlussfolgerungen lassen sich aus der Datenanalyse ziehen? Die Mehrheit der Teilnehmerinnen und Teilnehmer war unter 30 Jahre alt, besuchte eine höhere Schule oder war vermutlich noch wesentlich von den im Schulunterricht vermittelten mathematischen Inhalten und Denkweisen geprägt. Insgesamt hätte man deshalb mit einem besseren Resultat gerechnet, im Mittel konnten die teilnehmenden Personen jedoch nur drei von neun Quizfragen richtig beantworten. Auch wenn zu erwarten war, dass ein erheblicher zeitlicher Druck das Leistungsvermögen mindert, war die Eindeutigkeit des Resultates doch überraschend. Unvorhergesehen war außerdem, dass als leichter oder schwieriger eingestufte Fragen gegenteilige Ergebnisse erzielten, also in Relation zum Durchschnitt seltener oder häufiger richtig beantwortet wurden. Welche Erkenntnisse können wir auf unseren eigenen Unterricht übertragen? Als Lehrende erhoffen wir uns sicherlich, dass unsere Schülerinnen und Schüler das zweite Zitat als zutreffend ansehen:

Non vitae, sed scholae discimus – Nicht für das Leben, sondern für die Schule lernen wir.
Non scholae, sed vitae discimus – Nicht für die Schule, sondern für das Leben lernen wir.

Insofern ist die erstellte Umfrage auch als eine Anregung gedacht, neben wichtigen Vorgaben wie Lehrplan und Zentralmatura zwei Kernziele im Fokus zu behalten. Schülerinnen und Schüler so auszubilden, dass sie einerseits vorgegebene Antworten zu elementaren mathematischen Fragen intuitiv entweder als zutreffend auswählen oder als unzutreffend ausschließen können und andererseits bei nochmaliger Reflexion ohne Zeitdruck und der Möglichkeit zur detaillierten Recherche Irrtümer erkennen und korrigieren können. Die Autorin und der Autor freuen sich, wenn Lehrende die Umfrage für den eigenen Mathematikunterricht übernehmen oder in adaptierter Form einsetzen, sei es um Schülerinnen und Schülern die Anwendbarkeit mathematischer Kenntnisse zu verdeutlichen oder das Ausmaß des erworbenen Grundlagenwissens zu überprüfen. Eine positive Erfahrung für Schülerinnen und Schüler könnte es auch sein, die Quizfragen im Familien- und Bekanntenkreis zu stellen und selbst detaillierte Erklärungen zu Lösungswegen weiterzugeben.

Rückmeldungen zu Erfahrungen sind willkommen!

Literatur

1. Allerstofer Christiane, Langer Michael, Siegl Alexander. Angewandte Mathematik @ HAK II. Veritas-Verlag, Linz, 2019.
2. Allerstofer Christiane, Langer Michael, Siegl Alexander. Angewandte Mathematik @ HAK III. Veritas-Verlag, Linz, 2019.
3. Allerstofer Christiane, Langer Michael, Siegl Alexander. Angewandte Mathematik @ HAK IV. Veritas-Verlag, Linz, 2019.
4. Humenberger Hans, Hasibeder Johannes, Himmelsbach Michael, Schüller-Reichel Johanna, Litschauer Dieter, Groß Herbert, Aue Vera. Das ist Mathematik 3. Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH Co. KG., Wien, 2019.
5. Kraker Michaela, Plattner Gerhard, Preis Christa, Decker Elisabeth. Expedition Mathematik 3. Westermann-Verlag, 2020.
6. Tietböhl Gerhard. Finanzmathematik. Verlag Dr. Kovac, Hamburg, 1999.
7. Tinhof Friedrich, Fischer Wolfgang, Gerstendorf Kathrin, Girlinger Helmut, Paul Markus. Mathematik III HAK. Trauner Verlag, Linz, 2020.
8. Tinhof Friedrich, Fischer Wolfgang, Gerstendorf Kathrin, Girlinger Helmut, Paul Markus. Mathematik IV HAK. Trauner Verlag, Linz, 2020.