



Abbildung 1: Laplace-Gleichung in zwei Raumdimensionen. Vorgegebene Lösungswerte am Rand des Einheitsquadrates.



Abbildung 2: Zweidimensionale Laplace-Gleichung unter inhomogenen Dirichlet-Randbedingungen und entsprechende Poisson-Gleichung unter homogenen Dirichlet-Randbedingungen. Approximationen an Lösungswerte basierend auf Sinus-Reihenansatz.



Abbildung 3: Zweidimensionale Poisson-Gleichung mit normierter rechter Seite unter homogenen Dirichlet-Randbedingungen. Approximationen an Funktionswerte von  $\Delta w$  basierend auf Sinus-Reihenansatz für Lösung *w*; im Inneren des Einheitsquadrates ist Funktion näherunsweise Eins, am Rand gleich Null.



Abbildung 4: Gray–Scott-Gleichungen in zwei Raumdimensionen unter periodischen Randbedingungen. Anfangsbedingungen und numerisch berechnete Lösungswerte (t = 1000).



Abbildung 5: Gray–Scott-Gleichungen in zwei Raumdimensionen unter periodischen Randbedingungen. Numerisch berechnete Lösungswerte (zweite Komponente, t = 2000).



Abbildung 6: Eindimensionale nichtlinearen Schrödinger-Gleichung im semi-klassischen Regime. Mittels lokaler Schrittweitensteuerung numerisch berechnete Lösungswerte; für hinreichend kleine Toleranzen beobachtet man ein konsistentes Resultat.



Rotational Gross-Pitaevskii equation. Strang (N = 750, T = 15).

Abbildung 7: Zweidimensionale Gross–Pitaevskii-Gleichung mit zusätzlichem Rotationsterm. Numerische berechnete Lösungwerte.



Abbildung 8: Elementare lineare partielle Differentialgleichungen und zugehörige Gleichungen für Polynome in zwei Variablen.



Abbildung 9: Klassische Lösungen  $u \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R} \times [t_0, T], \mathbb{R})$  von eindimensionalen homogenen linearen Advektionsgleichungen mit positiven bzw. negativen Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Zugehörige Charakteristiken { $(\xi(t), t) \in \mathbb{R} \times [t_0, T] : u(\xi(t), t) = u(\xi_0, t_0)$ } sind durch Geraden gegeben.



Abbildung 10: Verallgemeinerte Lösungen von eindimensionalen homogenen linearen Advektionsgleichungen mit positiven bzw. negativen Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Zugehörige Charakteristiken { $(\xi(t), t) \in \mathbb{R} \times [t_0, T] : u(\xi(t), t) = u(\xi_0, t_0)$ } sind durch Geraden gegeben.



Abbildung 11: Eindimensionale Burgers-Gleichung mit Ausbildung von Stoßwellen und Vergleich mit linearer Advektionsgleichung. Numerische Approximation mittels Upwind-Verfahren (dämpfende Eigenschaften).



Abbildung 12: Eindimensionale Burgers-Gleichung mit Ausbildung von Stoßwellen und Vergleich mit linearer Advektionsgleichung. Numerische Approximation mittels Upwind-Verfahren (dämpfende Eigenschaften).



Abbildung 13: Eindimensionale viskose Burgers-Gleichungen mit verschiedenen Parameterwerten  $\varepsilon > 0$ . Numerische Approximation mittels Lie–Trotter-Splitting-Verfahren und explizitem Euler-Verfahren; Realisierung mittels FFT.



Abbildung 14: Eindimensionale Diffusions-Advektions-Gleichungen mit verschiedenen Parameterwerten  $\varepsilon > 0$ . Numerische Approximation mittels Lie–Trotter-Splitting-Verfahren und explizitem Euler-Verfahren; Realisierung mittels FFT. Vergleich mit exakten Lösungen von linearen Advektionsgleichungen.



Abbildung 15: Integrationsbereiche für positive und negative Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Darstellungen in der (x, t)-Ebene und (t, x)-Ebene.