

DIE KOMPETENZORIENTIERTE SCHRIFTLICHE REIFE- UND
DIPLOMPRÜFUNG
MATHEMATIK / ANGEWANDTE MATHEMATIK

Christine Dornauer, Serafin Fuchs, Daniel Lackner, Andreas Leitner,
Elias Mayr, Elias Pfurtscheller, Maria Wurzer

Konversatorium zur Vorbereitung der 1. Diplomprüfung im Lehramtsstudium

25. Mai 2016

Einteilung der Reife- und Diplomprüfungen

AHS

- Die selbe Reifeprüfung für alle Gymnasien unterschiedlichster Schwerpunkte
- 2 Abschnitte: Teil 1 und Teil 2
 - Teil 1: Grundkompetenzen
 - Teil 2: Anwendungsorientiert

BHS

- 9 Cluster:
 - 1-5: HTL
 - 6: Humanberuflich (z.B. HLW)
 - 7: Landwirtschaftlich
 - 8: HAK
 - 9: Kindergartenpädagogisch
- 2 Abschnitte: Teil A und Teil B
 - Teil A: Schulformenübergreifend
 - Teil B: Schulformspezifisch

Beurteilung

AHS

- Bis zu 48 Punkte möglich
- Mindestens 16 Punkte in Teil 1 für positive Bewertung
- 4 Kompensationspunkte in Teil 2

BHS

- Bis zu 48 bzw. 50 möglich
- Mindestens 22 bzw. 23 für positive Bewertung

AHS-Reifeprüfung

Aufgabe 4

Quadratische Gleichung

Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + p \cdot x - 12 = 0$.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie denjenigen Wert für p , für den die Gleichung die Lösungsmenge $L = \{-2; 6\}$ hat!

Aufgabe 4

Quadratische Gleichung

Lösungserwartung:

$$p = -4$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

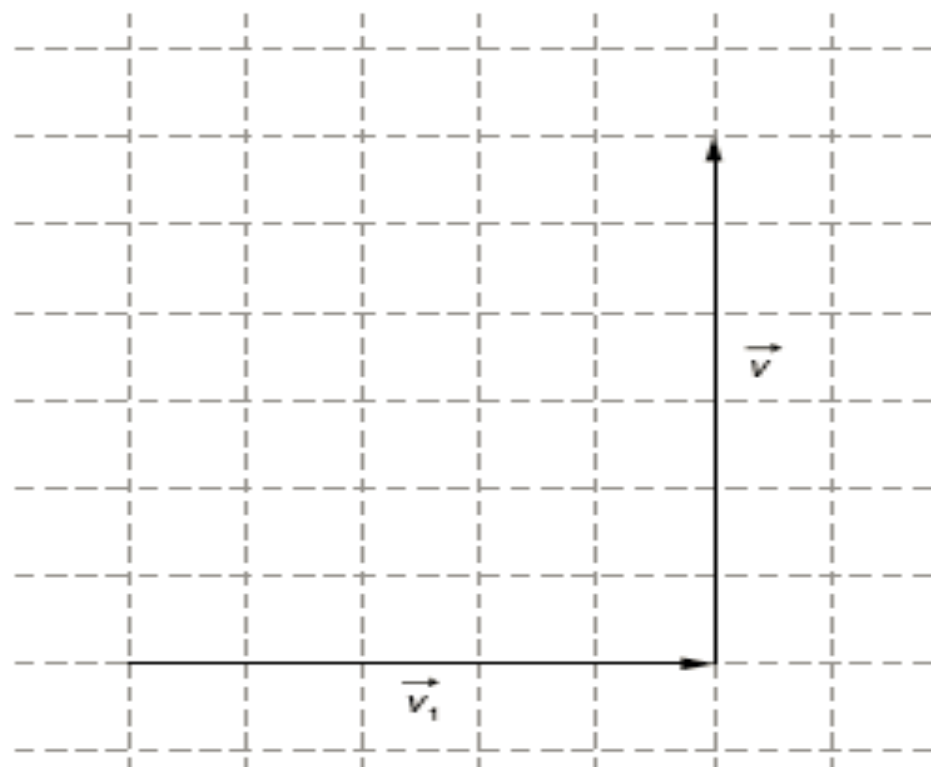
Aufgabe 5

Vektoraddition

Die unten stehende Abbildung zeigt zwei Vektoren \vec{v}_1 und \vec{v} .

Aufgabenstellung:

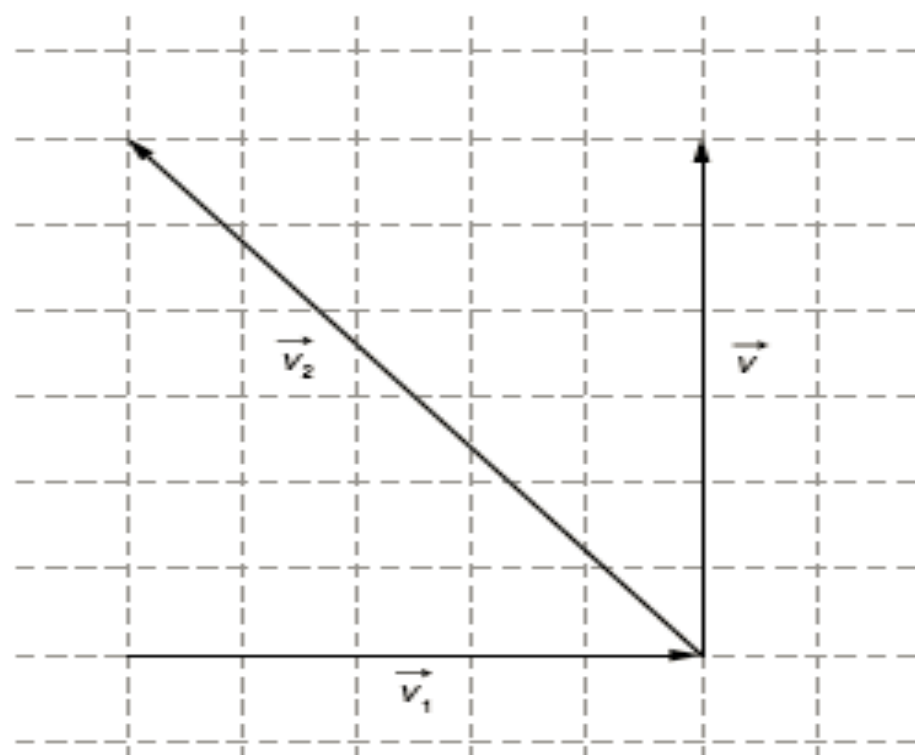
Ergänzen Sie in der Abbildung einen Vektor \vec{v}_2 so, dass $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}$ ist!



Aufgabe 5

Vektoraddition

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Darstellung von \vec{v}_2 , wobei der gesuchte Vektor auch von anderen Ausgangspunkten aus gezeichnet werden kann.

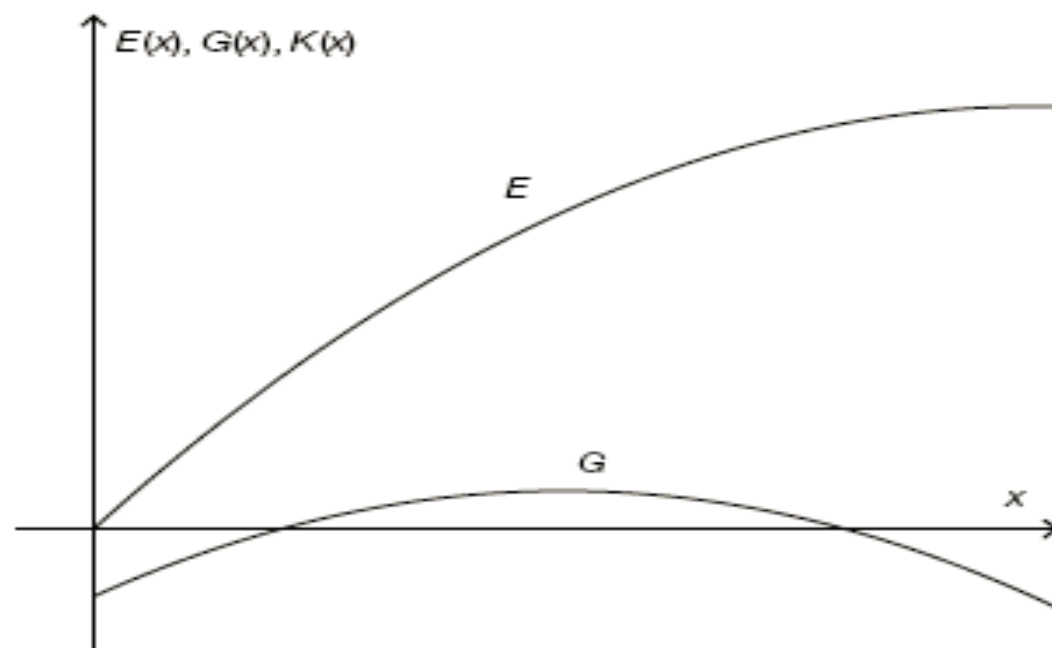
Aufgabe 8

Kosten, Erlös und Gewinn

Die Funktion E beschreibt den Erlös (in €) beim Absatz von x Mengeneinheiten eines Produkts. Die Funktion G beschreibt den dabei erzielten Gewinn in €. Dieser ist definiert als Differenz „Erlös – Kosten“.

Aufgabenstellung:

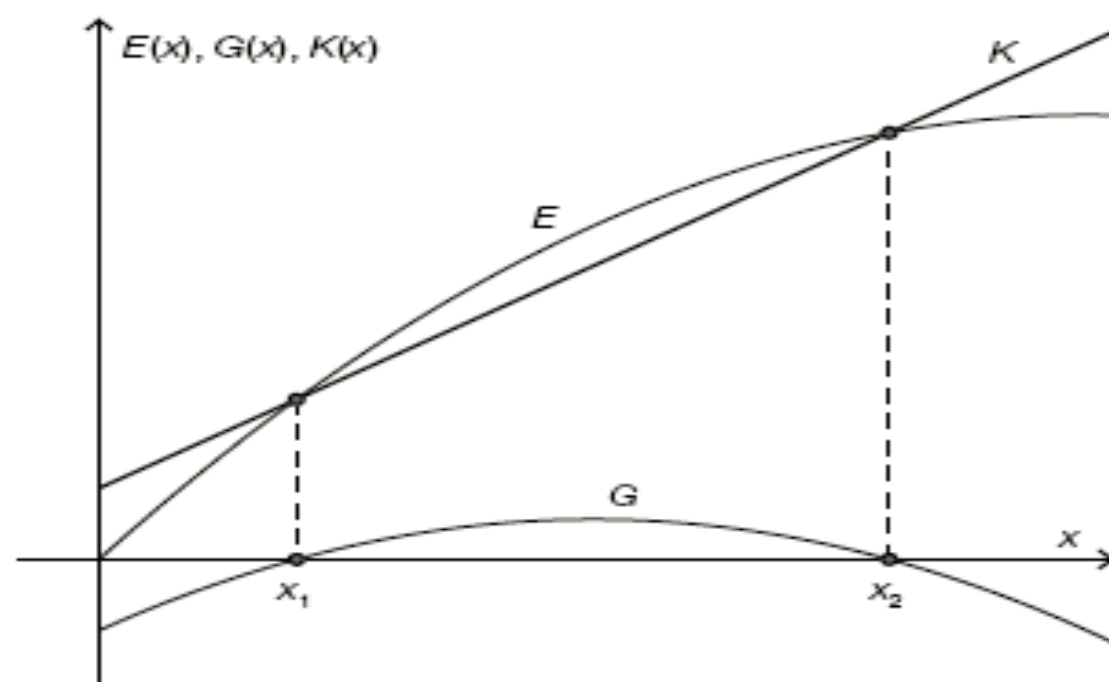
Ergänzen Sie die nachstehende Abbildung durch den Graphen der zugehörigen Kostenfunktion K ! Nehmen Sie dabei K als linear an! (Die Lösung der Aufgabe beruht auf der Annahme, dass alle produzierten Mengeneinheiten des Produkts verkauft werden.)



Aufgabe 8

Kosten, Erlös und Gewinn

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn der Graph einer linearen Kostenfunktion skizziert wurde und dieser den Graphen der Erlösfunktion E an den Stellen x_1 und x_2 schneidet.

Aufgabe 13

Mittlere Änderungsrate interpretieren

Gegeben ist eine Polynomfunktion f dritten Grades. Die mittlere Änderungsrate von f hat im Intervall $[x_1; x_2]$ den Wert 5.

Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Aussagen können über die Funktion f sicher getroffen werden? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Im Intervall $[x_1; x_2]$ gibt es mindestens eine Stelle x mit $f(x) = 5$.	<input type="checkbox"/>
$f(x_2) > f(x_1)$	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f ist im Intervall $[x_1; x_2]$ monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
$f'(x) = 5$ für alle $x \in [x_1; x_2]$	<input type="checkbox"/>
$f(x_2) - f(x_1) = 5 \cdot (x_2 - x_1)$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 13

Mittlere Änderungsrate interpretieren

Lösungserwartung:

$f(x_2) > f(x_1)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(x_2) - f(x_1) = 5 \cdot (x_2 - x_1)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

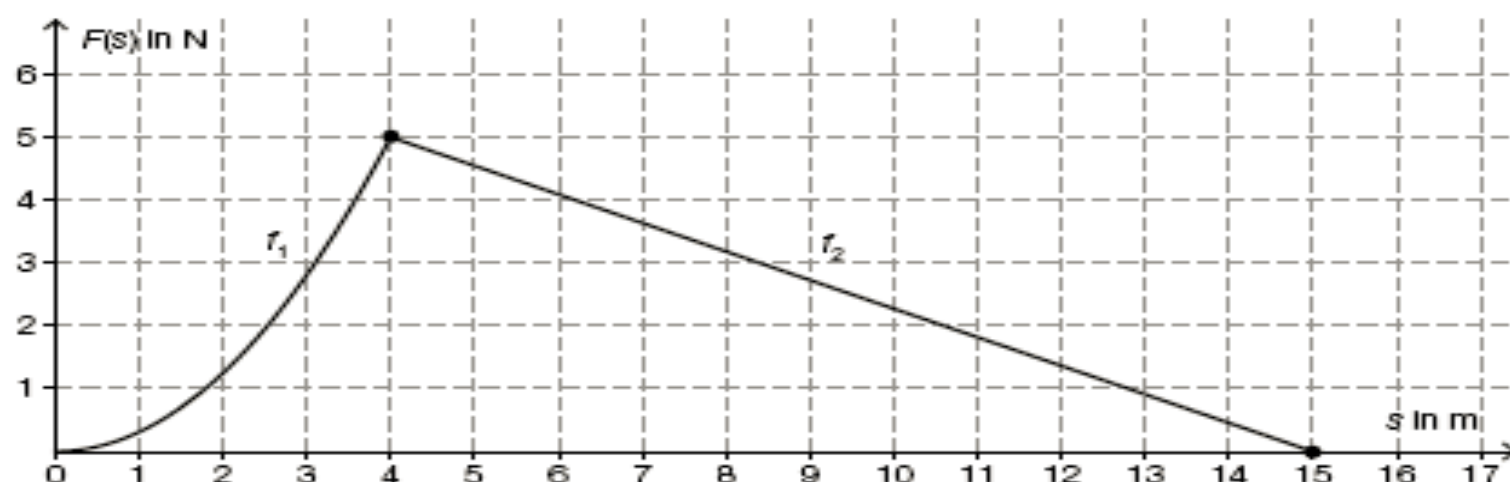
Aufgabe 17

Arbeit beim Verschieben eines Massestücks

Ein Massestück wird durch die Einwirkung einer Kraft geradlinig bewegt. Die dazu erforderliche Kraftkomponente in Wegrichtung ist als Funktion des zurückgelegten Weges in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Der Weg s wird in Metern (m), die Kraft $F(s)$ in Newton (N) gemessen.

Im ersten Wegabschnitt wird $F(s)$ durch f_1 mit $f_1(s) = \frac{5}{16} \cdot s^2$ beschrieben. Im zweiten Abschnitt (f_2) nimmt sie linear auf den Wert null ab.

Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Arbeit W in Joule (J), die diese Kraft an dem Massestück verrichtet, wenn es von $s = 0$ m bis zu $s = 15$ m bewegt wird!

$W =$ _____ J

Aufgabe 17

Arbeit beim Verschieben eines Massestücks

Erwartung:

$$\int_0^4 \frac{5}{16} \cdot s^2 ds + \frac{5 \cdot 11}{2}$$

34,17 J

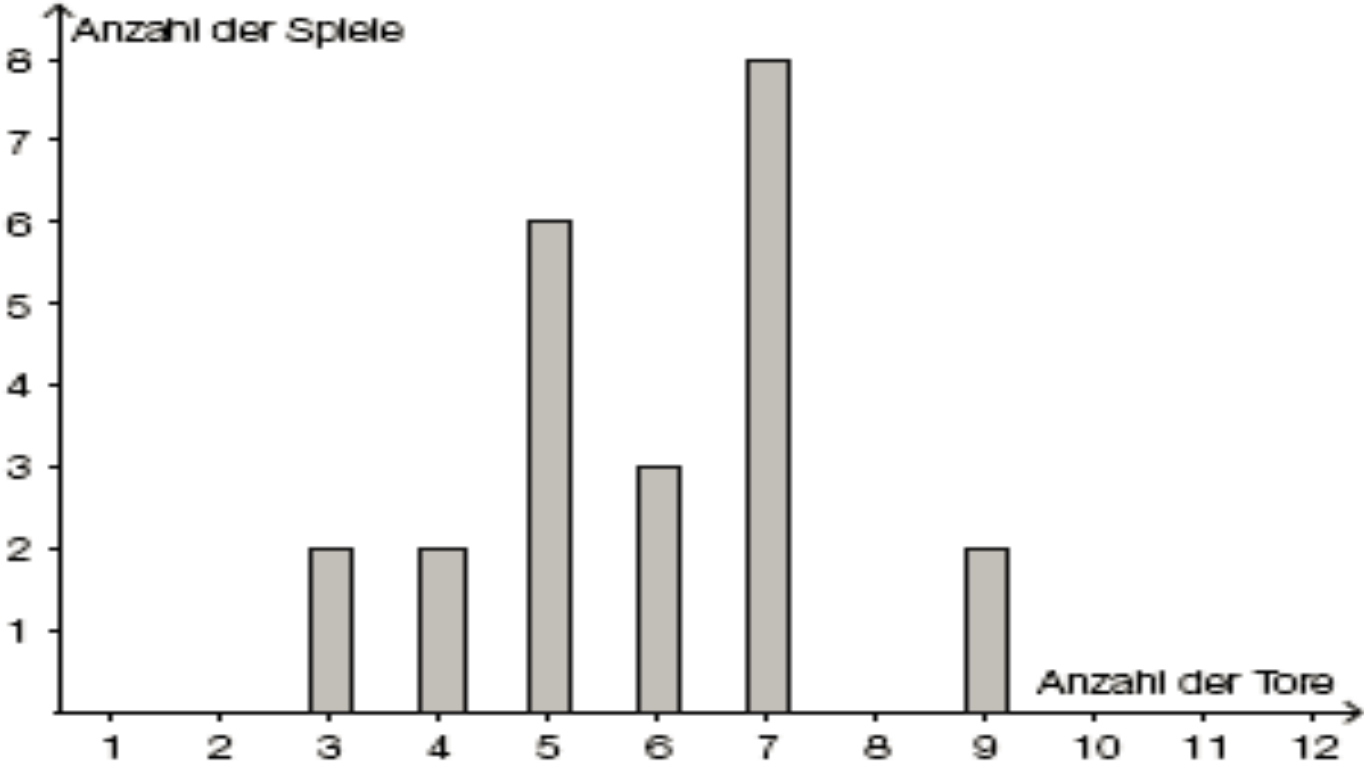
Lösungsschlüssel:

Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig gewertet.

Punktzahl: [34 J; 35 J]

Eishockeytore

In der österreichischen Eishockeyliga werden die Ergebnisse aller Spiele statistisch ausgewertet. In der Saison 2012/13 wurde über einen bestimmten Zeitraum erfasst, in wie vielen Spielen jeweils eine bestimmte Anzahl an Toren erzielt wurde. Das nachstehende Säulendiagramm stellt das Ergebnis dieser Auswertung dar.



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Median der Datenliste, die dem Säulendiagramm zugrunde liegt!

Aufgabe 20

Eishockeytore

Lösungserwartung:

Der Median der Datenliste ist 6.

Lösungsschlüssel:

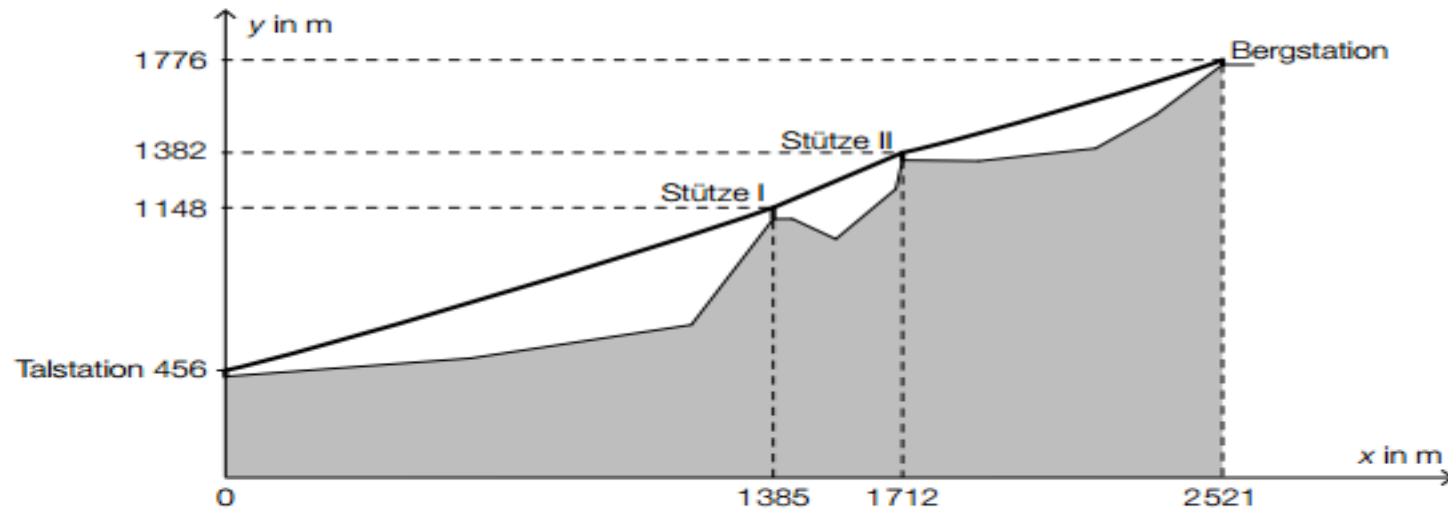
Ein Punkt für die richtige Lösung.

BHS – Reife- und Diplomprüfung

- Aufgaben aus dem Teil A:
 - Also schulformenübergreifende Aufgaben

Gondelbahn auf den Untersberg

Nachstehender Abbildung ist der Verlauf des Tragseils der Gondelbahn von St. Leonhard zum Untersberg vereinfacht dargestellt.



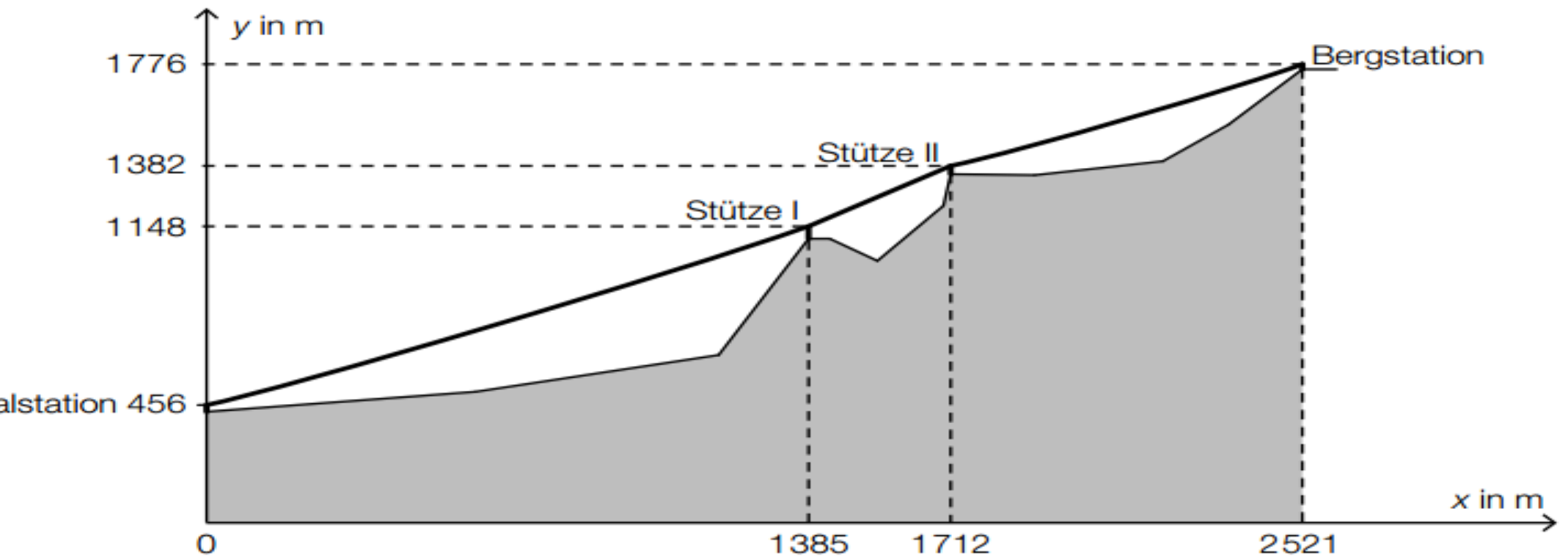
horizontaler Abstand von der Talstation in Metern (m)

Höhe über Meeresniveau in m

Es wird folgende Berechnung durchgeführt:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1776 - 456}{2521 - 0} \approx 0,52$$

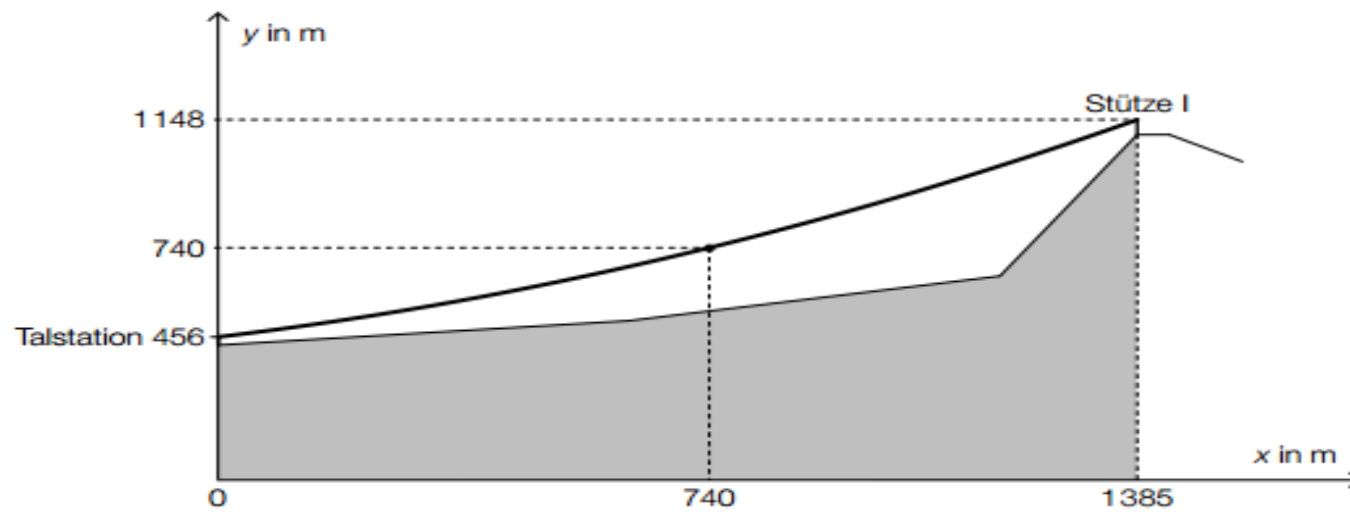
- Beschreiben Sie, was das Ergebnis im gegebenen Sachzusammenhang bedeutet. [1 Pu]



Der Seilverlauf zwischen Stütze I und Stütze II wird vereinfacht als linear angenommen.

Überprüfen Sie nachweislich, ob der Steigungswinkel des Seilverlaufs in diesem Abschnitt kleiner als 40° ist. [1 Punkt]

Aufgrund des Eigengewichts hängt das Tragseil zwischen der Talstation und der Stütze I durch. Sein Verlauf kann näherungsweise als Graph einer quadratischen Funktion mit der Gleichung $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten a , b und c ermittelt werden können. [1 Punkt]

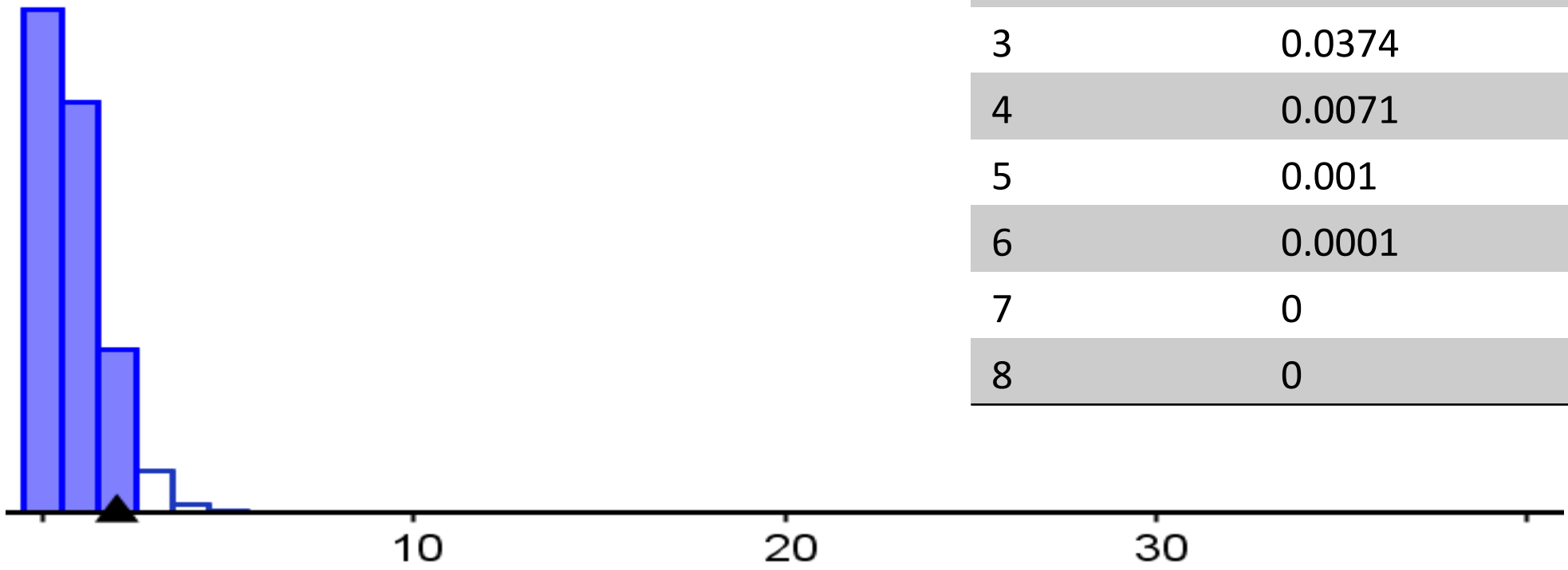
- Ermitteln Sie a , b und c . [1 Punkt]

Batterien

Unternehmen produziert Batterien.

Ein Händler kauft Batterien bei diesem Unternehmen und erhält die Information, dass erfahrungsgemäß 2 % der gelieferten Batterien defekt sind. Der Händler entnimmt einer umfangreichen Lieferung eine Zufallsstichprobe von 40 Batterien.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 der entnommenen Batterien defekt sind. [1 Punkt]



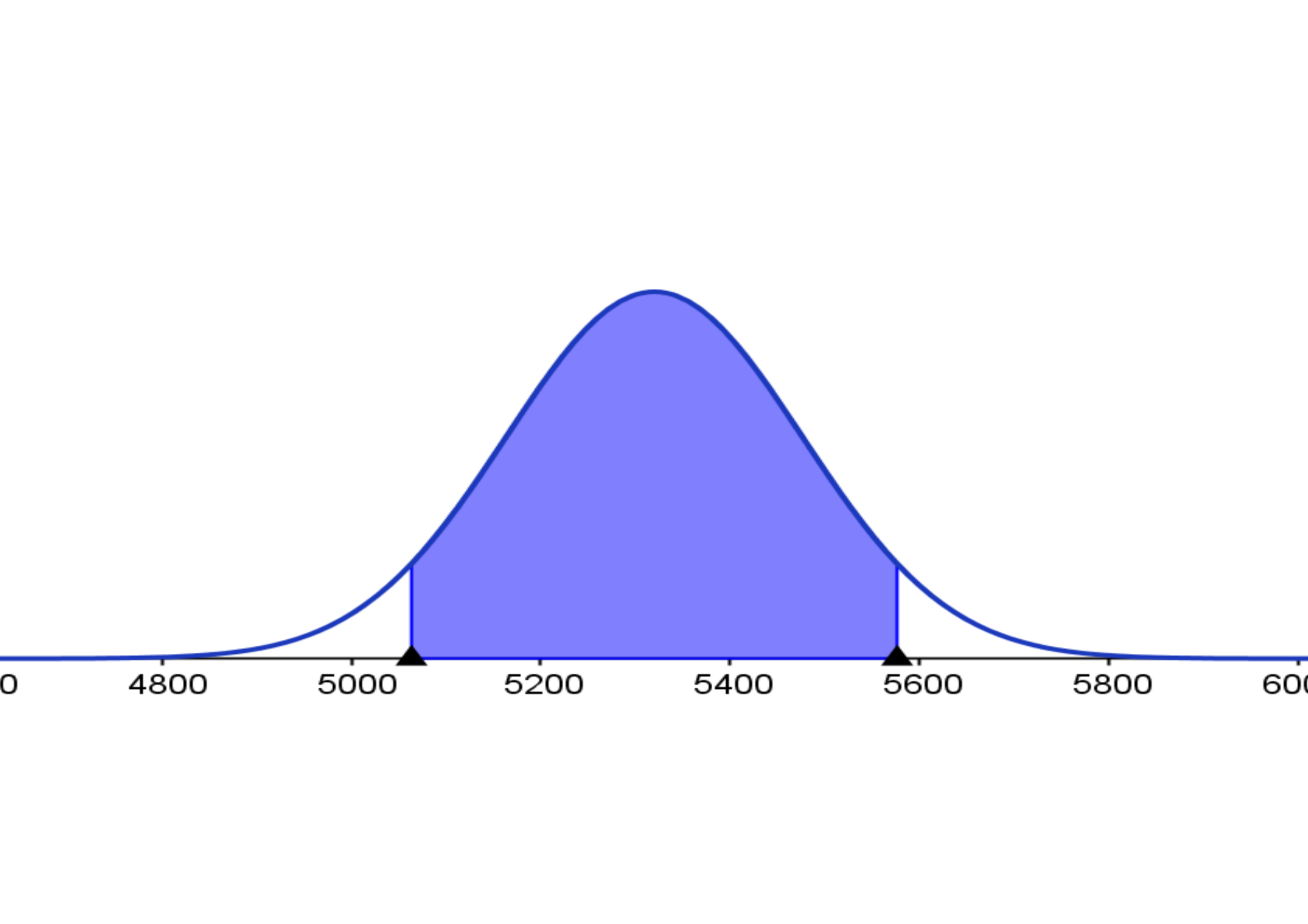
k	P(X=k)
0	0.4457
1	0.3638
2	0.1448
3	0.0374
4	0.0071
5	0.001
6	0.0001
7	0
8	0

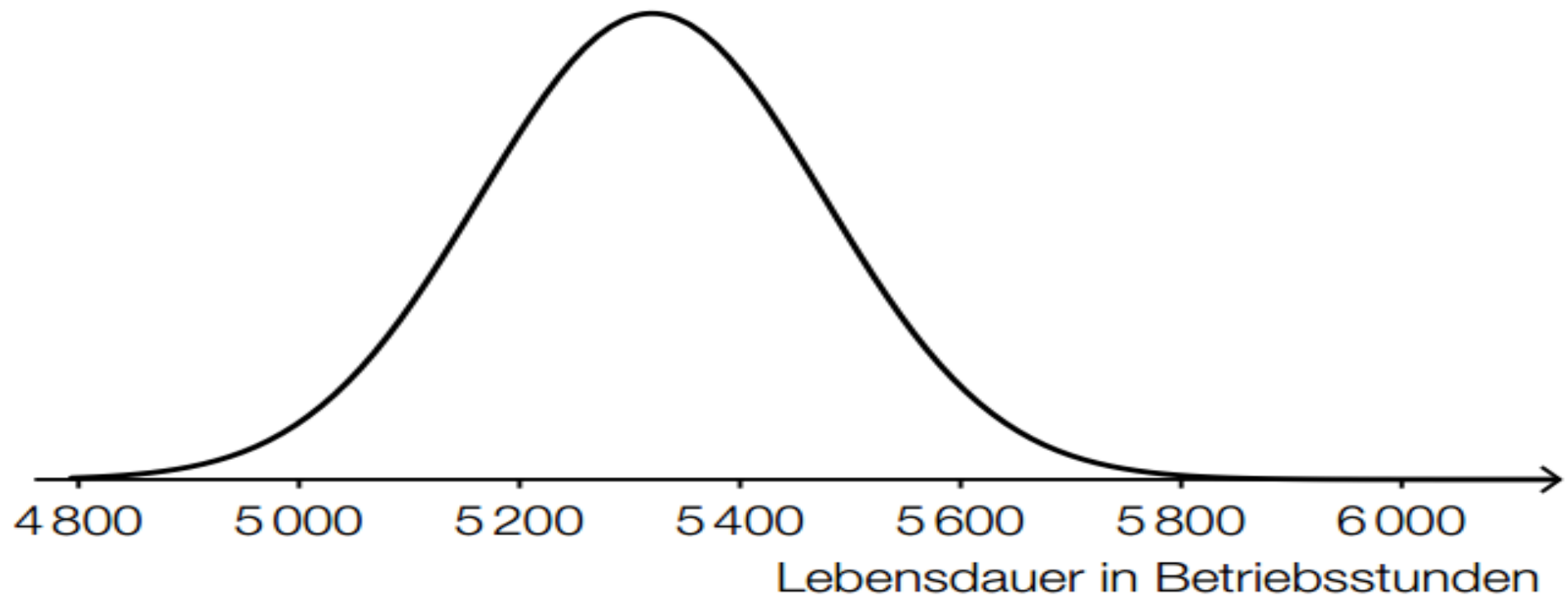
b) Für den Versand der Batterien an Einzelhändler werden diese jeweils in 4er-Packungen verpackt. Ein Einzelhändler erhält eine Lieferung von a 4er-Packungen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Batterie defekt ist, beträgt p .

- Beschreiben Sie, was mit dem Ausdruck $4 \cdot a \cdot p$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird. [1 Punkt]

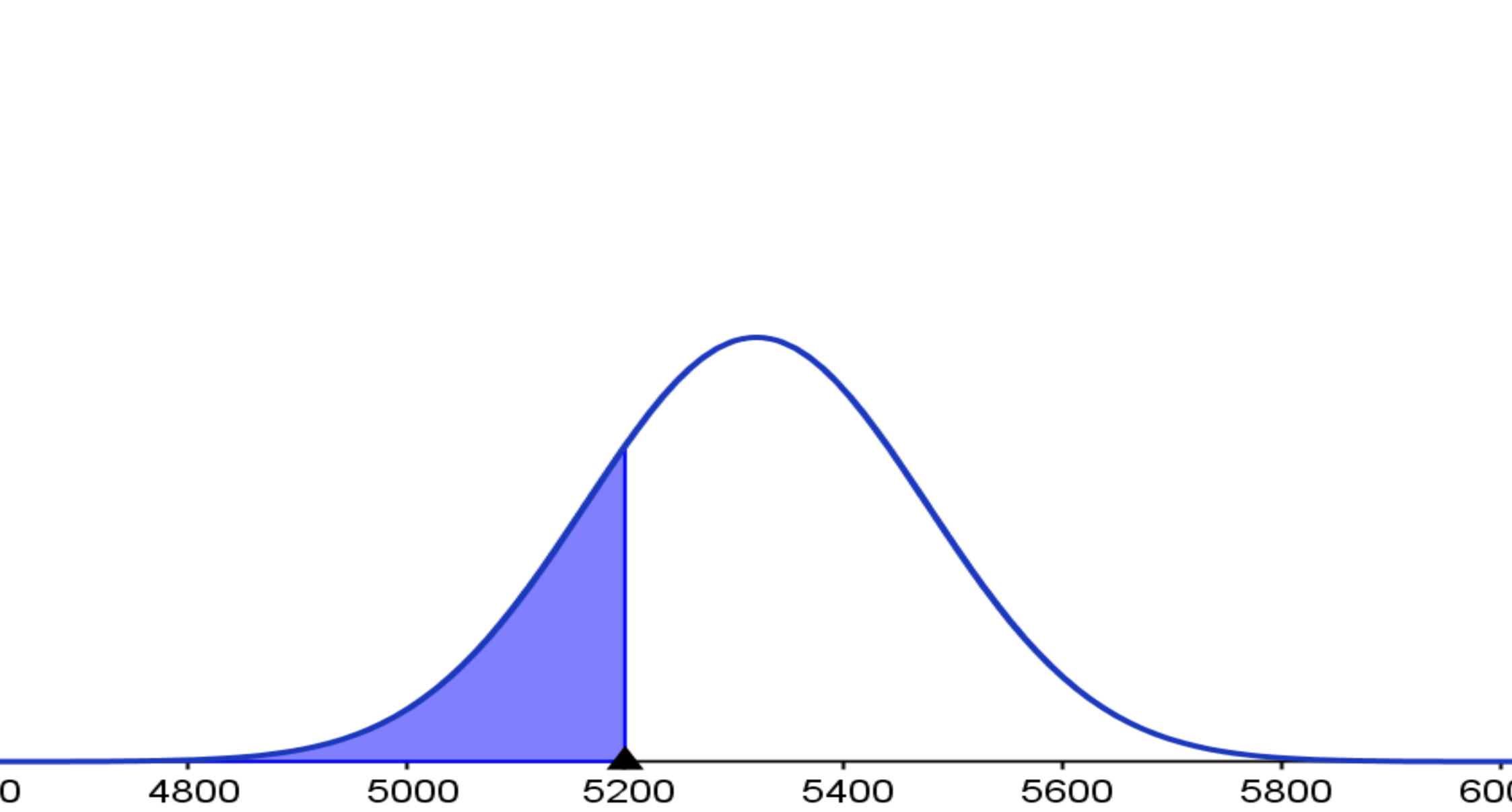
c) Das Unternehmen gibt an, dass die Lebensdauer der Batterien annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 5320$ Betriebsstunden und der Standardabweichung $\sigma = 156$ Betriebsstunden ist.

- Berechnen Sie dasjenige symmetrische Intervall um μ , in dem die Lebensdauer einer zufällig ausgewählten Batterie mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % liegt.
[1 Punkt]





- Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Batterie eine Lebensdauer von maximal 5200 Betriebsstunden hat. [1 Punkt]



BHS – Reife- und Diplomprüfung

- Eine Aufgabe aus dem Teil B
 - Also schulformspezifisch
- Aufgabe 8 aus dem Cluster 6 (Humanistisch)

Aufgabe 8 / Teil B (BHS)

- Verwendete Variablen:
 - K_0 *Anfangskapital*
 - K_n *Endkapital*
 - p *Prozentsatz / Zinssatz*
 - n *Verzinsungsdauer /-zeit*
 - *p. a.* *per anno*

Aufgabe 8 / Teil B (BHS)

Renovierungskredit

Frau Eberharter muss für die Renovierung ihrer Wohnung einen Kredit in Höhe von € 30.000 aufnehmen. Dazu holt sie verschiedene Angebote von Privatpersonen und von Banken ein. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

- a) Eine Bekannte bietet Frau Eberharter privat einen Kredit in Höhe von € 30.000 zu einem Zinssatz von 2 % p. a. an.

Frau Eberharter soll diesen Kredit folgendermaßen zurückzahlen:

€ 8.000 nach einem Jahr und 2 gleich hohe Raten, eine davon nach 3 Jahren und die andere nach 4 Jahren.

- Stellen Sie diese Zahlungen auf einer Zeitachse dar. *[1 Punkt]*
- Berechnen Sie die Ratenhöhe. *[1 Punkt]*
- Erklären Sie, warum sich diese Ratenhöhe verringert, wenn beide Raten früher bezahlt werden. *[1 Punkt]*

Aufgabe 8 / Teil B (BHS)

- Aufzinsung: $K \downarrow n = K \downarrow 0 * (1 + p/100) \uparrow n$
- Bei der Aufzinsung wird der Wert den eine Zahlung zu einem späteren Zeitpunkt hat ermittelt

Aufgabe 8 / Teil B (BHS)

Frau Eberharter recherchiert im Internet Angebote von Banken für Kredite in Höhe von € 30.000 mit einer Laufzeit von 60 Monaten.

Eine Bank bietet einen Kredit mit einer monatlichen Rate in Höhe von € 559,11 bei einem Zinssatz von 4,58 % p. a.

- Ermitteln Sie den zugehörigen monatlichen Zinssatz. *[1 Punkt]*
- Überprüfen Sie nachweislich, ob es sich um eine vorschüssige oder eine nachschüssige Ratenzahlung handelt. *[1 Punkt]*

Aufgabe 8 / Teil B (BHS)

- Monatliche Verzinsung ermitteln: $p/100 * 1/12$
- Barwertformel für vorschüssige Renten: $B = R * (1 - v^n) / (1 - v)$
- Barwertformel für nachschüssige Renten: $B = R * v * (1 - v^n) / (1 - v)$

Aufgabe 8 / Teil B (BHS)

- v ist der Abzinsungsfaktor und für ihn gilt bei dekursiver ganzjähriger Verzinsung: $v = \frac{1}{1 + (p/100)}$
- Dekursive Verzinsung bedeutet die Zinsen sind am Ende der Verzinsungsperiode fällig.

Aufgabe 8 / Teil B (BHS)

Eine Bank bietet Frau Eberharter einen Kredit in Höhe von € 30.000 an, den sie in 10 nachschüssigen Halbjahresraten in Höhe von je € 3.480 zurückzahlen muss.

Für diesen Kredit kann Frau Eberharter einen Annuitätenzuschuss bei der Landesregierung beantragen, d. h., 10 % jeder Halbjahresrate werden vom Land übernommen.

- Berechnen Sie die Höhe der Halbjahresraten, die Frau Eberharter unter Berücksichtigung des Annuitätenzuschusses bezahlen muss. *[1 Punkt]*
- Ermitteln Sie den effektiven Jahreszinssatz, der sich für Frau Eberharter unter Berücksichtigung des Annuitätenzuschusses ergibt. *[1 Punkt]*
- Ermitteln Sie die Höhe desjenigen Annuitätenzuschusses in Euro, bei dem sich für Frau Eberharter ein effektiver Jahreszinssatz von null Prozent ergeben würde. *[1 Punkt]*

Aufgabe 8 / Teil B (BHS)

Frau Eberharter vereinbart für einen Kredit mit einer Bank Sonderkonditionen. Die Bank erstellt dazu einen Tilgungsplan. Ein Auszug dieses Tilgungsplans ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 30.000,00
1	€ 660,00	€ -660,00	€ 0,00	€ 30.660,00
2	€ 674,52	€ 0,00	€ 674,52	€ 30.660,00
3	€ 674,52	€ 5.325,48	€ 6.000,00	€ 25.334,52

– Interpretieren Sie die Bedeutung der beiden auftretenden Beträge in Höhe von € 0,00 im gegebenen Sachzusammenhang. *[1 Punkt]*

Aufgabe 8 / Teil B (BHS)

- Im ersten Semester wird nichts Zurückgezahlt. Im zweiten Semester werden nur die Zinsen zurück gezahlt.
- Der Tilgungsplan ist eine zahlenmäßige Darstellung des Rückzahlungsvorganges einer Schuld die in Teilbeträgen zurückgezahlt wird.